1) Sea S la superficie dada por

$$S = \{(x,y,z) \mid x^2+y^2+z^2=1,\ x \geq 0,\ y \geq 0,\ z \geq 0\}$$

Sea F el campo $F(x,y,z) = (-y, x, 0)$

Enunciar y verificar en este caso el teorema de Stokes.

2) Sea C la curva borde de la región del plano $T = \{(x,y) \mid x \geq 0,\ y \geq 0,\ x+y \leq 1\}$ con la orientación anti-horaria.

Sea F el campo $F(x,y) = (-y, x)$

Calcular $\int_C F\, ds$ usando el teorema de Green (enunciarlo antes)

3) Sea B la región de $\mathbb{R}^3$ dada por

$$B = \{(x,y,z) \mid 0 \leq z,\ z \leq 1-x^2-y^2\}$$

Sea F el campo $F(x,y,z) = (x, y, z)$

Enunciar y verificar el teorema de la divergencia de Gauss en este caso.

4) Sea D la región del plano dada por

$$D = \{ (x,y) \mid 5x^2 + 5y^2 + 6xy = 1 \}$$

Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^1$ dada por $f(x,y) = x^2 + y^2$

Hallar los máximos y mínimos absolutos de f restringida a D.

5) Sea B la región $B = \mathbb{R}^3 - \{(0,0,0)\}$

Sea F el campo definido en B por

$$F(x,y,z) = \left(\frac{-2x}{(x^2+y^2+z^2)^2} , \frac{-2y}{(x^2+y^2+z^2)^2} , \frac{-2z}{(x^2+y^2+z^2)^2} \right)$$

a) ¿Es F irrotacional?

b) ¿Es B una región simplemente conexa?

c) ¿Existe una función $f : B \to \mathbb{R}$ tal que $F = \nabla f$?

6) Dadas las ecuaciones

$$\begin{cases} xuv + yu^2w + x^5yv = 3 \\ x^2u + xyv + y^2w = 3 \end{cases}$$

decir si en un entorno de $(1,1,1,1,1)$ se puede despejar a u y v como funciones de x, y, w. En caso afirmativo hallar

$$\frac{\partial u}{\partial x}(1,1,1)$$

7) Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $f(u,v,w) = (uvw, u+v+w)$ y sea $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $g(x,y) = (x^2, xy, y^2)$

Calcular la matriz $D(g \circ f)$ calculada en (u,v,w) usando la regla de la cadena.

8) Calcular la integral de la función $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $f(x,y,z) = x^2$ a lo largo de la superficie

$S = \{(x,y,z) \mid z = x^2 - y^2,\ x^2 + y^2 \leq 1\}$