1) Sea S la superficie en $\mathbb{R}^3$

$$S = \{(x,y,z) \mid x^2+y^2+z^2 = 2 \ , \ -1 \le z \le 1\}$$

y sea F el campo

$$F(x,y,z) = (-y \, , \, x \, , \, 0)$$

Enunciar el teorema de Stokes y verificarlo.

2) Sea B la región de $\mathbb{R}^3$

$$B = \{(x,y,z) \mid x^2+y^2 \le 1 \ , \ 0 \le z \le 2\}$$

y sea F el campo

$$F(x,y,z) = (x \, , \, y \, , \, 0)$$

Enunciar el teorema de la divergencia y verificarlo.

3) Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 y}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

a) Decir dónde f es continua. Justificar

b) Decir dónde f es diferenciable. Justificar.

4) Sea B la región $B = \mathbb{R}^3 - \{(0,0,0)\}$

Sea F el campo definido en B por

$$F(x,y,z) = \left(\frac{-2x}{(x^2+y^2+z^2)^2}, \frac{-2y}{(x^2+y^2+z^2)^2}, \frac{-2z}{(x^2+y^2+z^2)^2} \right)$$

a) ¿Es F irrotacional?

b) ¿Es B una región simplemente conexa?

c) ¿Existe un potencial $f : B \to \mathbb{R}$ tal que $F = \nabla f$?

5) Sea $g(u,v) = (u^2, uv, v^2)$

$g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$

y sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $f(x,y,z) = (xy, yz)$

Calcular usando la regla de la cadena la derivada $D(f \circ g)(u,v)$

6) Calcular el volumen del tetraedro cuyos vértices son

$(0,0,0)$, $(1,0,0)$, $(0,2,0)$, $(0,0,3)$

7) Hallar los máximos y mínimos absolutos de la función $f(x,y) = 2x^2+y^2$ en la región $R = \{(x,y) \mid x^2+2y^2 \leq 1\}$ usando multiplicadores de Lagrange.

8) Dadas las ecuaciones en $\mathbb{R}^5$

$$\begin{cases} x^2 y^5 u^3 v + y\, w^4 v^2 = 2 \\ x y w^2 v^3 + x^3 u^2 y w^3 = 2 \end{cases}$$

a) Decir si es posible despejar a x e y en función de u, v, w en un entorno de $(1,1,1,1,1) \in \mathbb{R}^5$

b) Hallar si es posible $\dfrac{\partial x}{\partial u}(1,1,1)$