Segundo Parcial-Análisis Matemático II (14-11-23)

N° Orden	

Apellido y Nombre:..LU:....................Nota:........

IMPORTANTE: Realizar los ejercicios en **HOJAS SEPARADAS**. Enumerar claramente las hojas y poner **NOMBRE Y APELLIDO, y N° ORDEN EN CADA UNA** ¡Éxitos!

---

1. Sea $f(x,y) = x^3 + 5y^3 - 15y + 3x^2y + 1$
   a) Halle y clasifique los puntos críticos de $f(x,y)$.
   b) Sea $P_0 = (x_0, y_0)$ un punto donde haya mínimo local.
      (i) Determine el valor del mínimo local.
      (ii) Escriba la definición de mínimo local en P_0.

---

2. a) Dada la integral iterada $\displaystyle\int_0^1 \int_{2x^2}^{2x} xy\, dydx$
      (i) Dibuje la región de integración.
      (ii) Cambie el orden de integración y resuelva.
   b) Sea $D_1 = \{(x,y) : x^2 + y^2 \leq 4 \,,\, y \leq -\sqrt{2}\}$.
      (i) Grafique D_1.
      (ii) **Plantee** $\displaystyle\int\int_{D_1} -x\, dA$ como una integral interada haciendo un cambio a coordenadas polares. Indique claramente el cambio, además del significado y el rango de variabilidad de las nuevas variables.

---

3. a) Parametrice la curva plana C_1: $y = 2x^2$, $0 \leq x \leq 1$, como $\vec{r}(t)$ con $0 \leq t \leq 2$ (**cuidado!**). Grafique la curva indicando el sentido de recorrido. Elija t_0, con $0 < t_0 < 2$, halle el vector tangente unitario en t_0 y grafíquelo en la curva.
      (i) **Plantee** la integral: $\int_{C_1} f(x,y)\, ds$, para $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función escalar continua cualquiera.
      (ii) Si $f(x,y) = 1$, ¿qué representa de C_1 la integral planteada? (no es necesario evaluar)
   b) Sea $\vec{F}(x,y) = \langle -x\,y^2/2, y^3 - 3\rangle$, definido sobre la curva borde de la región dada en 2.-a), **utilice** el teorema de Green para justificar que $\int_C \vec{F}(x,y) \cdot d\vec{r}$ resulta igual a la integral resuelta en el 2.-a) ii). Compruebe todas las hipótesis del teorema.

---

4. Sea $W = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z + 2x^2 + y^2 \leq 8 \,,\, z \geq 2x^2 + y^2,\ x \geq 0,\ y \geq 0,\ z \geq 0\}$.
   (i) Dibuje la región W y la "sombra" de W en el plano xy. **Plantee** la integral triple que da el volumen de W, en coordenadas cartesianas (indique extremos integración).
   (ii) **Calcule** el volumen de W, utilizando un cambio adecuado de coordenadas.
   (iii) Sea S la superficie borde de W. Calcule **utilizando** el teorema de Gauss la integral $\displaystyle\int\int_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$, si $\vec{F}(x,y,z) = \langle 2x, x^5 + cos(z), y^6 + x^3 + 4\rangle$ y la superficie se supone orientada con respecto al normal exterior a W. Compruebe todas las hipótesis.

---

5. Sea S la **superficie** dada por la siguiente parametrización: $\vec{r}(\phi,\theta) = \begin{cases} x = sen(\phi)\,cos(\theta) \\ y = sen(\phi)\,sen(\theta) \\ z = cos(\phi) \end{cases}$, $\begin{array}{l} 0 \leq \theta \leq 2\pi \\ 0 \leq \phi \leq \pi/3 \end{array}$;
   (i) Explique que miden los parámetros ϕ y θ (escriba y dibuje). Determine y grafique en coordenadas cartesianas, la superficie dada S.
   (ii) Halle una expresión para el vector normal $\vec{\eta}(\phi,\theta)$, calcule y dibuje en la superficie $\vec{\eta} = (\pi/4, \pi/4)$. **Plantee** la integral cuyo cálculo da el área de superficie de S.
   (iii) Dé otra parametrización de S. Indique **explícitamente** dónde varían los parámetros.
   (iv) Calcule $\displaystyle\int\int_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$, con la parametrización dada, si $\vec{F} = \langle x\,z, y\,z, 0\rangle$.

HOJAS ENTREGADAS POR EJERCICIO):

1	2	3	4	5