| APELLIDO Y NOMBRE: | NOTA:   |
|--------------------|---------|
| CARRERA:           | Reg.N°: |

- 1. a) Hallar  $|\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle|$ , sabiendo que  $\langle \overrightarrow{proy_u} \vec{v} + \vec{w}, \vec{v} \rangle = 25$ ,  $\vec{w}$  es perpendicular a  $\vec{v}$  y  $||\vec{u}|| = 3$ .
  - b) Sea la recta  $L: x-2=\frac{y+1}{3}=-\frac{z}{2}$  y  $\pi$  un plano cuyo vector normal es  $\vec{n}=(2;1;k)$  siendo  $k\in\mathbb{R}$ 
    - (i) Calcular el valor de k para que la recta y el plano sean paralelos.
    - (ii) Con el valor de k encontrado en el inciso anterior, hallar la ecuación del plano de manera que la distancia entre  $\pi$  y la recta sea igual a  $3\sqrt{5}$ . ¿Existe un único plano en estas condiciones?
- 2. Sea  $T:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$  la transformación lineal tal que a cada punto del espacio le hace corresponder su simétrico respecto de la recta  $L: \left\{ \begin{array}{l} x=-\lambda \\ y=2\lambda \\ z=\lambda \end{array} \right.$ 
  - a) Indicar una base B en la cual la matriz de T es diagonal.
  - b) Hallar los autovalores de T y los correspondientes autovectores asociados.
  - c)¿Es Tuna transformación lineal simétrica? Justificar la respuesta.
- 3. a) Hallar todos los  $z \in \mathbb{C}$  tales que

$$z^4 + 2i \cdot 3_{\frac{3}{2}\pi} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^{22} = \frac{7 - 5i}{1 - i} + 64.$$

- b) Hallar todas las raíces de  $f(x) = 9x^5 6x^4 + (1+18i)x^3 12ix^2 + 2ix$ , sabiendo que admite como factor a  $x^2 + 2i$ .
- 4. Hallar la dimensión y una base de los subespacios S, T y  $S \cap T$ , siendo  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x y + z = 0\}$  y  $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + y 2z = 0\}$ .
- 5. a) Probar, usando inducción, que  $2^{3n} 1$  es divisible por 7 para todo  $n \in \mathbb{N}$ .
  - b) Determinar si R es una relación de equivalencia sobre  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ :

$$(x, y) R(z, t)$$
 si y sólo si  $x^2 = z^2, y = -t$ .

Indicar el número de hojas entregadas sin incluir el enunciado:... . Firmar la última hoja.