

Análisis Matemático II-Colloquio ejercicios 3) y 4)

Apellido y Nombre:

Carrera:

Número de hojas entregadas:..... (Firme la última hoja)

1. Sea

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{5x}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0), \end{cases}$$

- Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ y $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$
- Estudie la continuidad de las derivadas parciales en $(0, 0)$
- Analice si f es diferenciable en $(0, 0)$ y en $(1, 1)$, en caso afirmativo determine el plano tangente correspondiente.

2. a) Encuentre los puntos críticos de la siguiente función y clasifíquelos

$$f(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - xy \quad (1)$$

b) Use el método de multiplicadores de Lagrange para encontrar y clasificar los extremos de la función $f(x, y) = x^2 - 2y^2$ restringida al círculo unitario.

c) Dada $g(x, y) = (y^2x, x^2 - 1)$ y $f(u, v) = (v, u - v)$, calcular la matriz derivada $D(f \circ g)$ en $(1, 1)$ usando la regla de la cadena.

3. a) Evalúe, utilizando el teorema de Green, $\int_C (3y - e^{\sin(x)})dx + (7x + \sqrt{y^4 + 1})dy$ donde C es el círculo $x^2 + y^2 = 9$.

b) Utilice el teorema de Stokes para evaluar

$$\int_S \text{rot} F \cdot dS$$

campo vectorial $F = x^3i - y^3j$ donde S es la superficie que es la semiesfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ para $x \geq 0$.

c) Sea a un vector fijo, $F = a \times r$ donde $r(x, y, z) = (x, y, z)$. Analice si F es conservativo. En caso de serlo encuentre una función potencial para F .

4. a) Sea S una superficie cerrada. Usar el teorema de Gauss para mostrar que si F es un campo vectorial C^2 entonces $\int_S (\nabla \times F) \cdot dS = 0$.

b) Evaluar $\int_{\partial\Omega} F \cdot dS$ donde $F = xi + yj + zk$ y Ω es el cubo unitario en el primer octante. realizar los cálculos y verificar usando el teorema de la divergencia.