

SISTEMAS DE CONTROL AVANZADO – Segundo Parcial – 1^{er} cuatrimestre 2009

Nombre:

LU:

Nro de hojas:

1. Dada la siguiente representación en variables de estado de una sistema y las funciones $V_1(x_1, x_2)$,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) - x_2^2(t) - 2x_1(t)e^{-(x_1^2(t)+x_2^2(t))} \\ x_2(t) + x_1(t)x_2(t) - 2x_2(t)e^{-(x_1^2(t)+x_2^2(t))} \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} V_1(x_1, x_2) &= 4x_1^2 + x_2^2 + 4x_1x_2 \\ V_2(x_1, x_2) &= \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2) \end{aligned}$$

elija una que resulte adecuada como candidata a función de Lyapunov justificando su elección y analice, de ser posible, si el punto de equilibrio en el origen es local o globalmente: estable, asintóticamente estable o inestable.

2. El modelo discreto en variables de estado de un sistema está dado por:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k), \quad y(k) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$$

donde la salida $y(k)$ es la única variable medida y $T = 0,1$ seg. Se desea implementar un control por realimentación estática de estados para estabilizarlo con matriz de ganancias $L = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 8 & 2 \end{bmatrix}$.

- Verifique que el sistema a lazo abierto es observable.
 - Diseñe un observador predictor de estados de orden completo suponiendo las mediciones ruidosas. Escriba las ecuaciones resultantes del sistema con el observador.
 - Diseñe un observador de estado de orden reducido para estimar la variable x_2 y escriba las ecuaciones resultantes sistema-error de observador.
 - Considere ahora la realimentación de estados indicada al comienzo y determine los polos de lazo cerrado de cada sistema con el sistema con el observador correspondiente incluido. Justifique el procedimiento.
3. a) ¿Por qué un regulador basado en un observador de orden completo tiene generalmente márgenes de estabilidad menores que un regulador estándar (es decir, basado directamente en realimentación de estados)?
- b) Dado que en el diseño de un regulador para un sistema controlable se pueden asignar los polos en cualquier región del plano complejo z , ¿Cuáles consideraciones tendría en cuenta para una apropiada asignación de los mismos en sistemas discretos (explicarla con palabras o gráficos)? ¿Cuáles asignaciones evitaría y por qué?
- c) De acuerdo a su experiencia en el diseño de reguladores en las clases prácticas y los laboratorios: ¿cuál de los diferentes métodos cree que tiene una gran versatilidad y le ha dado los mejores resultados?

4. Para una planta representada por las siguientes ecuaciones de estado discretas,

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k), \quad y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$$

considere que se conecta a continuación, en cascada, un controlador representado por ecuaciones de estado discretas con matrices

$$\Phi_a = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Gamma_a = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Si $r(k)$ es la entrada de referencia y el sistema se realimenta con los estados a través de una matriz de ganancia constante conveniente $u(k) = -Lx(k)$, plantee las ecuaciones de estado del sistema total y analice que tipo de entradas puede seguir el sistema y qué tipo de perturbaciones puede rechazar.

5. Fundamente por qué se eligen funcionales como $J_N = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^N (x^T(k)Qx(k) + u^T(k)Ru(k))$ para formular el problema de control óptimo. ¿Qué condiciones deben cumplir las matrices Q y R , y por qué?