APELLIDO Y NOMBRE:	NOTA:
E-MAIL:	REG. Nº:

1. (a) Dado el conjunto $A = \{p, q, \{t, v\}, \{t\}\}$ decidir si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas

   i. $t \in A$
   ii. $\{p\} \subseteq A$
   iii. $\{t, v\} \in A$
   iv. $\{\{t\}\} \subseteq A$
   v. $\{q, t\} \subseteq A$
   vi. $\{p\} \in A$

   (b) Demostrar por cálculo directo, justificando alguno de los pasos por doble inclusión, que $M \setminus (N \cup P) = (M' \cup N)' \setminus P$.
   Inferir que si $N \cap P = P$, entonces $M \setminus (N \cup P) = (M' \cup N)'$

2. (a) Sea la relación $\mathcal{R}_V = \{(a, a), (e, e), (o, o), (i, i), (a, e), (e, a), (i, u), (e, o)\}$ definida sobre el conjunto $V = \{a, e, i, o, u\}$. Determinar, justificando cada respuesta, qué propiedades satisface.

   (b) Sea $B = \{n \in \mathbb{N} : 4 \leq n < 10\}$ y consideremos la partición $\{\{4\}, \{5, 6\}, \{7, 8\}, \{9\}\}$. Describir la relación de equivalencia $\mathcal{R}_B$ asociada a la partición, y hallar el conjunto cociente.

3. (a) Sean $X = \{a, b, c, d, e\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ dos conjuntos, cuando sea posible, definir por medio de gráficos con diagramas de Venn-Euler:

   i. Una función inyectiva y no epiyectiva,
   ii. una función epiyectiva y no biyectiva,
   iii. una función biyectiva,
   iv. una relación que no sea función, justificando por qué no es función.

   (b) Sea $f : A \to B$ una función, $X_1, X_2 \subseteq A$, $Y_1, Y_2 \subseteq B$, probar $f(X_1 \cup X_2) = f(X_1) \cup f(X_2)$.
   Ayudita: $f(X) = \{f(a) : a \in X\} \subseteq B$, y $f^{-1}(Y) = \{a \in A : f(a) \in Y\} \subseteq A$.

4. (a) Verificar, usando el principio de inducción, que para todo $n \in \mathbb{N}$:

$$2 + 6 + 10 + \cdots + (4n - 2) = 2n^2$$

   (b) Definir recursivamente $n!$.

® En las condiciones del ejercicio 3b, determinar si $f \circ f^{-1}(Y_1) = Y_1$ y $f^{-1} \circ f(X_1) = X_1$.

Nro. de hojas entregadas (sin enunciado): **Firmar la última hoja.**

ELEMENTOS DE ÁLGEBRA Y DE GEOMETRÍA - P 01-T2 - (02 - 02 - 2018)

APELLIDO Y NOMBRE:	NOTA:
E-MAIL:	REG. Nº:

1. (a) Dado el conjunto $A = \{t, v, \{p, q\}, \{p\}\}$ decidir si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas

   i. $p \in A$ iii. $\{p, q\} \in A$ v. $\{v, p\} \subseteq A$
   ii. $\{t\} \subseteq A$ iv. $\{\{p\}\} \subseteq A$ vi. $\{t\} \in A$

   (b) Demostrar por cálculo directo, justificando alguno de los pasos por doble inclusión, que $(X' \cup Y)' \setminus Z = X \setminus (Y \cup Z)$.
   Inferir que si $Y \cap Z = Z$, entonces $X \setminus (Y \cup Z) = (X' \cup Y)'$

2. (a) Sea la relación $\mathcal{R}_V = \{(a, a), (u, u), (o, o), (i, i), (u, i), (a, i), (i, u), (o, a)\}$ definida sobre el conjunto $V = \{a, e, i, o, u\}$. Determinar, justificando cada respuesta, qué propiedades satisface.

   (b) Sea $B = \{n \in \mathbb{N} : 4 \leq n < 10\}$ y consideremos la partición $\{\{4\}, \{5, 6\}, \{7\}, \{8, 9\}\}$. Describir la relación de equivalencia $\mathcal{R}_B$ asociada a la partición, y hallar el conjunto cociente.

3. (a) Sean $M = \{1, 2, 3, 4\}$, $N = \{a, e, i, o, u\}$ dos conjuntos, cuando sea posible, definir por medio de gráficos con diagramas de Venn-Euler:

   i. Una función inyectiva y no epiyectiva,
   ii. una función epiyectiva y no biyectiva,
   iii. una función biyectiva,
   iv. una relación que no sea función, justificando por qué no es función.

   (b) Sea $f : A \to B$ una función, $X_1, X_2 \subseteq A$, $Y_1, Y_2 \subseteq B$, probar $f(X_1 \cup X_2) = f(X_1) \cup f(X_2)$.
   Ayudita: $f(X) = \{f(a) : a \in X\} \subseteq B$, y $f^{-1}(Y) = \{a \in A : f(a) \in Y\} \subseteq A$.

4. (a) Verificar, usando el principio de inducción, que para todo $n \in \mathbb{N}$:

$$3 + 9 + 15 + \cdots + (6n - 3) = 3n^2$$

   (b) Definir recursivamente 5^n.

® En las condiciones del ejercicio 3b, determinar si $f \circ f^{-1}(Y_1) = Y_1$ y $f^{-1} \circ f(X_1) = X_1$.

Nro. de hojas entregadas (sin enunciado): **Firmar la última hoja.**