

Apellido, Nombre: \_\_\_\_\_ LU: \_\_\_\_\_

**Ejercicio 1**

- a) Sea  $f(x) = \sqrt{(x+1)(x-1)} + \frac{x-2}{x^2-4}$ .
- Determinar el conjunto en que la función  $f$  está definida y es continua.
  - Si es posible redefinir  $f$  para que sea continua en los puntos con discontinuidad evitable, dar la redefinición.
  - ¿Es aplicable el teorema de Bolzano a la función  $f(x)$  en el intervalo  $[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}]$ ?
- b) ¿Se puede aplicar el teorema de Lagrange a la función  $f(x) = |x-1|$  en el intervalo  $[0, 2]$ ? ¿Y en el intervalo  $[3, 5]$ ? (Indicación: Graficar la función)
- c) Graficar e indicar el dominio y la imagen de la función  $f(x) = 2 \operatorname{sen}(x) + 1$
- ¿Se verifica que la función  $f$  es par, impar o ninguna de las dos?
- d) Graficar e indicar el dominio y la imagen de la función  $g(x) = 2^x - 1$ .
- Encontrar una restricción del dominio en la que  $g$  sea biyectiva, calcular la inversa de  $g$  en dicho dominio y graficar en el mismo eje de coordenadas que  $g$ .

**Ejercicio 2**

- a) Calcular las derivadas de las siguientes funciones

$$f(x) = (e^x + \operatorname{sen}^2(x) + \operatorname{cos}^2(x))^{x+1} \quad g(x) = \frac{\arctan(x)}{x \ln(x) + 2 + e^x}.$$

- b) Calcular los siguientes límites. Puede usarse la regla de L'Hôpital en caso de resultar útil.

I)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^{\frac{x^2}{2}}$

III)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2 + 4} + \frac{5^x - 15 + x}{15 \cdot 5^x + 12}$

II)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 3x - 10}$

IV)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{cos}(x) \operatorname{sen}(x)}{\operatorname{sen}(2x) + x^2}$

**Ejercicio 3**

Dada la función  $f(x) = (x - \pi)^2(x - 2\pi)$

- a) Determinar intervalos de crecimiento y decrecimiento y extremos relativos de  $f$ .
- b) Determinar intervalos de concavidad y convexidad y puntos de inflexión.

**Ejercicio 4**

- a) Resolver las siguientes integrales

I)  $\int x e^x dx$

II)  $\int_0^1 2x e^{x^2} dx$

III)  $\int_0^1 \frac{1}{t^3} dt$

IV)  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+t^2} dt$

- b) Graficar el recinto acotado delimitado por las gráficas de las funciones  $f(x) = \operatorname{sen}(x)$  y  $g(x) = x - \pi$  y la recta  $x = 0$  y calcular su área (Indicación: Es conveniente estudiar los puntos de corte de  $f$  y  $g$  con el eje  $x$ ).

**Ejercicio 5**

Un fabricante puede producir remeras con estampas a un costo de 50 pesos cada una. Se estima que si las remeras se venden a  $p$  pesos cada una, los usuarios comprarían  $120 - p$  de éstas al mes. Calcule el precio de venta para que la utilidad sea máxima.

Firma: \_\_\_\_\_ Cantidad de hojas entregadas sin contar el enunciado: \_\_\_\_\_