

1.- (a) Sea  $C$  la curva intersección de la esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 2$  y el plano  $z = 1$ , graficar la curva. Sea  $S_1$  la parte de la superficie del plano  $z = 1$  que queda dentro de la esfera, y  $S_2$  la superficie que es parte de la esfera y queda por encima del plano  $z = 1$ .

i) Parametrice  $S_1$  y  $S_2$ , grafique  $S_1$  y  $S_2$ . Plantee el cálculo del área de superficie de  $S_2$ .

ii) Use el teorema de Stokes para calcular  $\int_C \mathbf{F} \cdot ds$ , con  $\mathbf{F}(x, y, z) = (3y, 2z, x)$ . Compruebe que se verifican las hipótesis del teorema, deje aclarado las orientaciones consideradas. Ayuda: use  $S_1$  en la integral de superficie.

iii) Explique por qué puedo asegurar que  $\int_{S_1} \text{rot}(\mathbf{F}) \cdot dS = \int_{S_2} \text{rot}(\mathbf{F}) \cdot dS$ .

(b) Evaluar  $\int_{\partial\Omega} \mathbf{F} \cdot dS$  donde  $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, z)$  y  $\Omega$  es la esfera unitaria. Realizar directamente los cálculos y verificar usando el teorema de Gauss.