| APELLIDO Y NOMBRE: | NOTA: |
|---|---|
| TEMA I - IMPORTANTE: Resolver cada ejercicio en hoja separada. | REG. Nº: |

1. (a) Clasificar las discontinuidades de la función $f_1(x) = \dfrac{x-2}{x^2+x-6}$.
Si existiera un $x_0$ en que $f_1$ fuera discontinua evitable, redefinir la función para que sea continua en dicho punto.

   (b) Determinar si existe $a \in \mathbb{R}$ tal que $f_2$ sea continua en $\mathbb{R}$. Justificar la respuesta.
$$f_2(x) = \begin{cases} 5\,x + 2\,a, & \text{si } x \leq 0 \\ \dfrac{\text{sen }(3x)}{x}, & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

   (c) Comprobar que $f_3(x) = \dfrac{x}{x+2}$ satisface las condiciones del teorema del valor medio de Lagrange en el intervalo $[1, 4]$ y hallar los valores $c$ que satisfacen la conclusión del teorema para $M = 0.5$.

2. Hallar las derivadas de $y$ respecto de $x$:
   (a) $y = (\cos\,(3x))^{\sqrt{x}} + 2$
   (b) $x^2 \cdot y - \text{sen}(3y) \cdot e^{2x} = 0$
   (c) $y = \text{arcsen } x$

3. (a) Calcular los siguientes límites:
   i. $\lim\limits_{x \to -\infty} x^2 \cdot e^x$
   ii. $\lim\limits_{x \to 0^+} (e^x - 1)^{4x}$

   (b) Una empresa ha verificado que la temperatura $t$ durante el proceso de fabricación influye en la generación de desechos tóxicos según la función $d(t) = \dfrac{1}{3}\,t^3 - 8\,t^2 - 36\,t + 45$. Sabiendo que las temperaturas oscilan entre los 3 bajo cero y 21 sobre cero; hallar, si es posible, una temperatura que garantice una mínima cantidad de desechos y dicho valor mínimo.

4. Dada la función $f_4(x) = \dfrac{3\,x^3}{4 - x^2}$, determinar:
   (a) Continuidad
   (b) Asíntotas
   (c) Crecimiento y decrecimiento
   (d) Extremos relativos
   (e) Puntos de inflexión
   (f) Concavidad

®
   (a) Demostrar por definición que $\lim\limits_{x \to 3} x^2 = 9$ y hallar $\delta = \delta(\varepsilon)$. Calcularlo para $\varepsilon = 0.01$.
   (b) Calcular por definición $\frac{d}{dx} x^2$.

**Nro. de hojas entregadas:**

| Número de ejercicio | 1 | 2 | 3 | 4 | ® |
|---|---|---|---|---|---|
| Cantidad de hojas | | | | | |

**Firmar la última hoja.**

| APELLIDO Y NOMBRE: | NOTA: |
|---|---|
| TEMA II - IMPORTANTE: Resolver cada ejercicio en hoja separada. | REG. Nº: |

1. (a) Clasificar las discontinuidades de la función $g_1(x) = \dfrac{x+3}{x^2+x-6}$.
Si existiera un $x_0$ en que $g_1$ fuera discontinua evitable, redefinir la función para que sea continua en dicho punto.

   (b) Determinar si existe $a \in \mathbb{R}$ tal que $g_2$ sea continua en $\mathbb{R}$. Justificar la respuesta.
$$g_2(x) = \begin{cases} \dfrac{\cos(3x)-1}{x}, & \text{si } x < 0 \\ 4\,x + 3\,a, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

   (c) Comprobar que $g_3(x) = \dfrac{x}{x-2}$ satisface las condiciones del teorema del valor medio de Lagrange en el intervalo $[0,1]$ y hallar los valores $c$ que satisfacen la conclusión del teorema para $M = -0.5$.

2. Hallar las derivadas de $y$ respecto de $x$:
   (a) $y = 5 + (\text{sen}\,(3x))^{\sqrt[3]{x}}$
   (b) $x^2 \cdot y = \text{sen}(3y) \cdot e^{2x}$
   (c) $y = \arccos x$

3. (a) Calcular los siguientes límites:
   i. $\lim\limits_{x\to 0^+} (1-e^x)^{2x}$
   ii. $\lim\limits_{x\to -\infty} x^3 \cdot e^x$

   (b) Una empresa ha verificado que la temperatura $t$ durante el proceso de fabricación influye en la calidad del material según la función $c(t) = \dfrac{1}{3}\,t^3 - 8\,t^2 - 36\,t + 45$. Sabiendo que las temperaturas oscilan entre los 3 bajo cero y 21 sobre cero; hallar, si es posible, una temperatura que garantice una máxima calidad y dicho valor máximo.

4. Dada la función $g_4(x) = \dfrac{4\,x^3}{9-x^2}$, determinar:
   (a) Continuidad
   (b) Asíntotas
   (c) Crecimiento y decrecimiento
   (d) Extremos relativos
   (e) Puntos de inflexión
   (f) Concavidad

®
   (a) Demostrar por definición que $\lim\limits_{x\to 2} x^2 = 4$ y hallar $\delta = \delta(\varepsilon)$. Calcularlo para $\varepsilon = 0.01$.
   (b) Calcular por definición $\frac{d}{dx}x^2$.

**Nro. de hojas entregadas:**

| Número de ejercicio | 1 | 2 | 3 | 4 | ® |
|---|---|---|---|---|---|
| Cantidad de hojas | | | | | |

**Firmar la última hoja.**

| APELLIDO Y NOMBRE: | NOTA: |
|---|---|
| TEMA III - IMPORTANTE: Resolver cada ejercicio en hoja separada. | REG. Nº: |

1. (a) Clasificar las discontinuidades de la función $f_1(x) = \dfrac{x-3}{x^2-x-6}$.
Si existiera un $x_0$ en que $f_1$ fuera discontinua evitable, redefinir la función para que sea continua en dicho punto.

(b) Determinar si existe $a \in \mathbb{R}$ tal que $f_2$ sea continua en $\mathbb{R}$. Justificar la respuesta.

$$f_2(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\cos\,(x)}{x}, & \text{si } x < 0 \\[2ex] \dfrac{\text{sen}\,(a\,x)}{x}, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

(c) Comprobar que $f_3(x) = \dfrac{x}{x+3}$ satisface las condiciones del teorema del valor medio de Lagrange en el intervalo $[0,1]$ y hallar los valores $c$ que satisfacen la conclusión del teorema para $M = 0.2$.

2. Hallar las derivadas de $y$ respecto de $x$:

(a) $y = 5 + (\cos\,(3x))^{\sqrt{x}}$

(b) $x^3 \cdot y = \text{sen}(3y) \cdot e^{-2x}$

(c) $y = \text{arcsen}\ x$

3. (a) Calcular los siguientes límites:

i. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1-e^x}{\text{sen}\ x}$

ii. $\displaystyle\lim_{x\to -\infty} x^3 \cdot e^x$

(b) Una empresa ha verificado que la temperatura $t$ durante el proceso de fabricación influye en el índice productividad según la función $i(t) = -2\,t^3 + 9\,t^2 - 12\,t + 8$. Sabiendo que las temperaturas oscilan entre 0 y 4; hallar, si es posible una temperatura que garantice un índice máximo de productividad y dicho valor máximo.

4. Dada la función $g_4(x) = \dfrac{5\,x^3}{4-x^2}$, determinar:

(a) Continuidad

(b) Asíntotas

(c) Crecimiento y decrecimiento

(d) Extremos relativos

(e) Puntos de inflexión

(f) Concavidad

®. (a) Demostrar por definición que $\displaystyle\lim_{x\to 2} x^2 = 4$ y hallar $\delta = \delta(\varepsilon)$. Calcularlo para $\varepsilon = 0.01$.

(b) Calcular por definición $\frac{d}{dx}x^2$.

**Nro. de hojas entregadas:**

| Número de ejercicio | 1 | 2 | 3 | 4 | ® |
|---|---|---|---|---|---|
| Cantidad de hojas | | | | | |

**Firmar la última hoja.**