

Unidad II

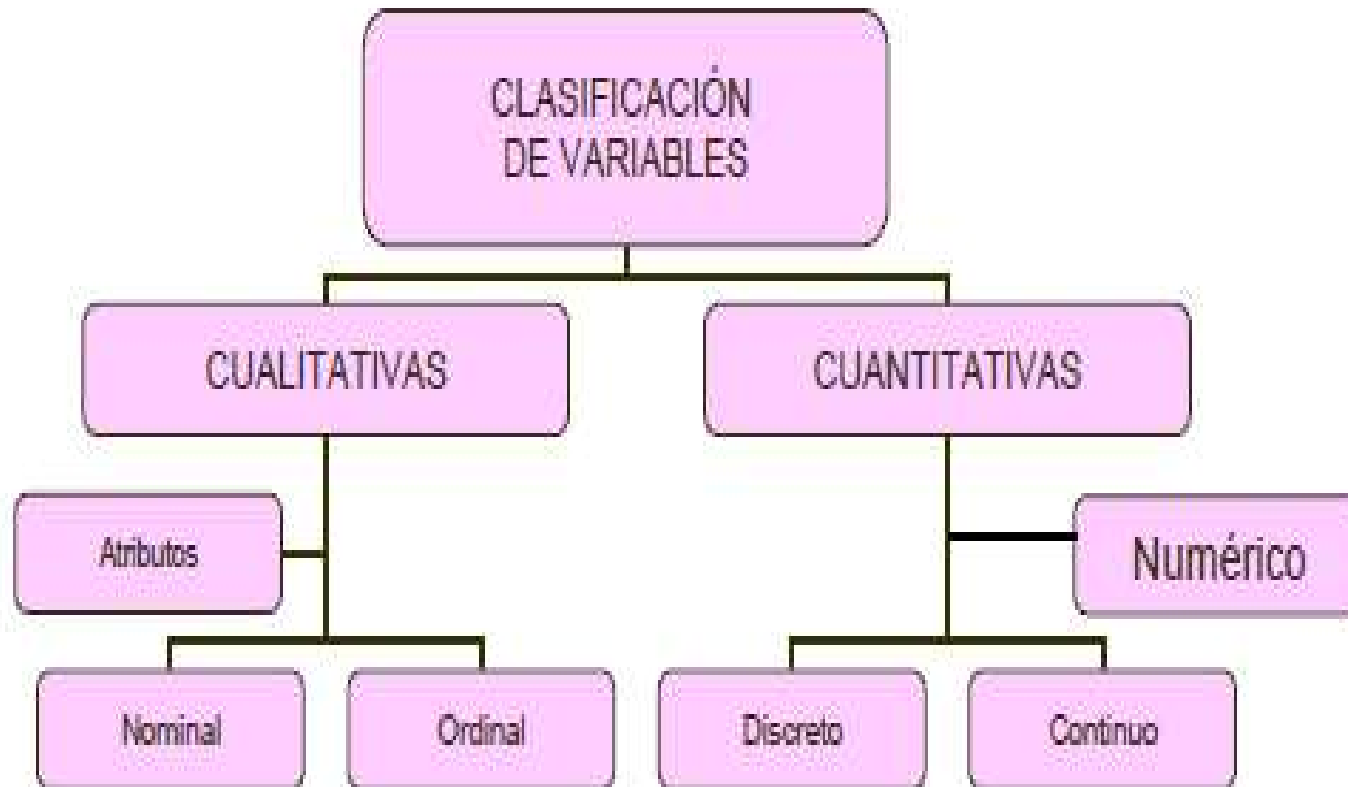
Parte I

Definición de Variable Aleatoria. Variable Aleatoria Discreta. Distribución de probabilidad. Función de distribución acumulada. Valor Esperado, Varianza y Desvío estándar de una Variable Aleatoria Discreta. Distribución Binomial, Geométrica, Binomial Negativa, Hipergeométrica y Poisson.

Variable Aleatoria

Variable

Característica o atributo medido sobre la unidad experimental (un ser vivo, objeto, o incluso algo abstracto).



Tipos de variables



Cualitativas

- **Nominales:** variables cuyas categorías no presentan un orden.

Ej.: Sexo del empleado, profesión, estado civil, grupo sanguíneo, etc.

- **Ordinales:** sus categorías pueden ordenarse.

Ej.: nivel de educación, jerarquía del empleado, nivel socioeconómico, satisfacción del cliente, etc.

Tipos de variables

Cuantitativas



- **Discretas:** Son las que resultan de conteos. Toman una cantidad finita o numerable de valores.

Ej.: N° de inasistencias de un empleado a la empresa, N° de fallas de un artículo, número de celulares fabricados en una empresa un día determinado, N° de infectados por coronavirus en Bahía por día, etc.

- **Continuas:** Son las que resultan de una medición. Toma cualquier valor de un determinado intervalo o todos los números reales.

Ej.: Ingreso mensual de un empleado, nivel de contaminación de una ciudad, tiempo necesario para capacitar al personal, precio de un producto, Tiempo de duración de una conferencia virtual de trabajo, etc.

Def:

Sea E un experimento aleatorio, Ω su espacio muestral asociado. Una **variable aleatoria** X es una función que asocia un número real a cada elemento del espacio muestral Ω .

$$X: \Omega \rightarrow \mathbb{R},$$

$$\text{Sea } \omega \in \Omega, \quad \omega \rightarrow X(\omega) = x$$

Observaciones

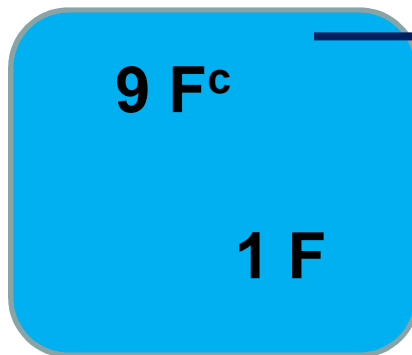
- i) Se representan mediante letras mayúsculas: X, Y, Z, U , etc.
Sus valores con minúsculas: x, y, z , etc.
- ii) Sobre un mismo espacio muestral pueden definirse varias v.a.

Ejemplos

1. Sea E el experimento aleatorio que consiste en escoger al azar **2** monitores, de un lote de **10**, para ser inspeccionados. Suponer que el lote contiene un monitor con fallas. Si se define la v.a.:

X = “*nº de monitores con fallas entre los inspeccionados*”

N = 10 computadoras



n = 2
Sin repos.

Se define el evento:

F = «el monitor esta fallado»

$$\Omega = \{ (F, F^c), (F^c, F^c), (F^c, F) \}$$

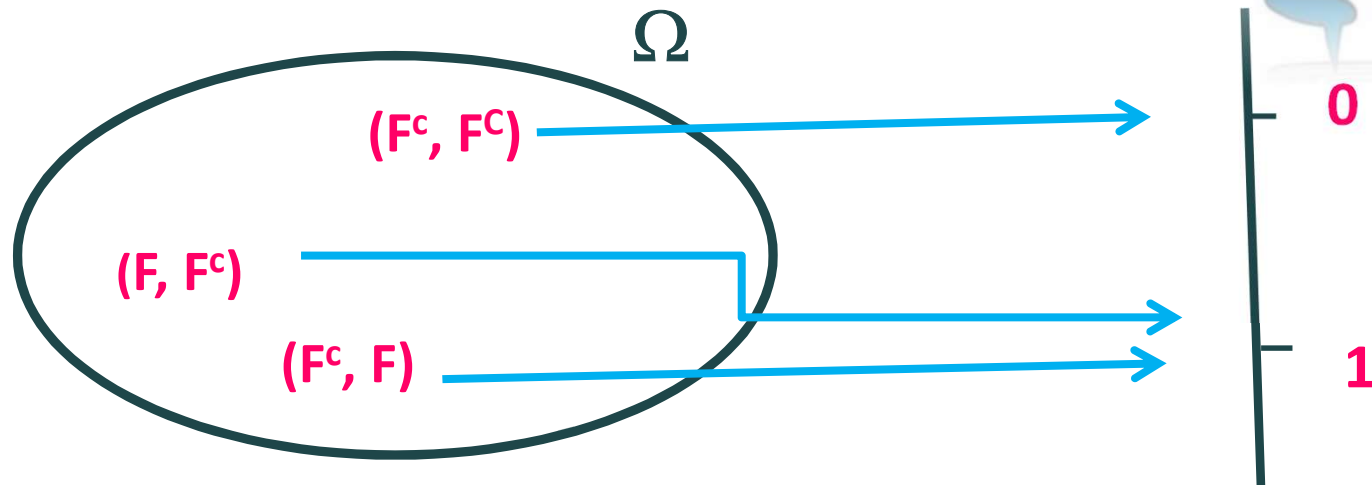


Ejemplos

X = “nº de monitores con fallas entre los inspeccionados”

$$\Omega = \{ (F, F^c), (F^c, F^c), (F^c, F) \}$$

$$\mathbf{X}: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$$



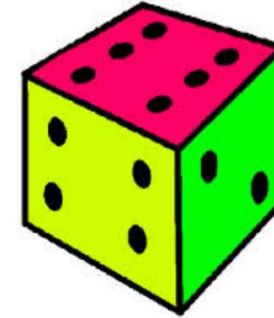
Luego, $X((F,N)) = X((N,F)) = 1$ y $X((N,N)) = 0$.

Ejemplos

2. Se lanza un dado dos veces.

Sea $\Omega = \{\omega = (i, j) : i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ el espacio muestral. Es posible definir sobre Ω :

$$X(\omega) = X((i, j)) = i + j$$



Por lo tanto,

$$X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$$

$X(1,1) = 2,$	$X(1,2) = 3,$	$X(1,3) = 4,$	$X(1,4) = 5,$	$X(1,5) = 6,$	$X(1,6) = 7,$
$X(2,1) = 3,$	$X(2,2) = 4,$	$X(2,3) = 5,$	$X(2,4) = 6,$	$X(2,5) = 7,$	$X(2,6) = 8,$
$X(3,1) = 4,$	$X(3,2) = 5,$	$X(3,3) = 6,$	$X(3,4) = 7,$	$X(3,5) = 8,$	$X(3,6) = 9,$
$X(4,1) = 5,$	$X(4,2) = 6,$	$X(4,3) = 7,$	$X(4,4) = 8,$	$X(4,5) = 9,$	$X(4,6) = 10,$
$X(5,1) = 6,$	$X(5,2) = 7,$	$X(5,3) = 8,$	$X(5,4) = 9,$	$X(5,5) = 10,$	$X(5,6) = 11,$
$X(6,1) = 7,$	$X(6,2) = 8,$	$X(6,3) = 9,$	$X(6,4) = 10,$	$X(6,5) = 11,$	$X(6,6) = 12.$

Luego los **valores** de X son **2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12.**

Ejemplos

2. Sea $\Omega = \{\omega = (i, j) : i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ el espacio muestral correspondiente al experimento que consiste en el lanzamiento de un dado dos veces. Es posible definir sobre Ω

$$X(\omega) = \text{máx valor de } \omega = \text{máx}\{i, j\}$$

$$X: \Omega \rightarrow \mathcal{R}$$

Por lo tanto,

$$X(1,1) = 1, \quad X(1,2) = 2, \quad \dots, \quad X(1,6) = 6,$$

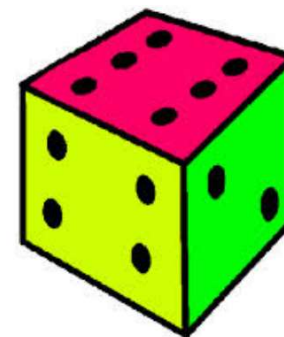
$$X(2,1) = 2, \quad X(2,2) = 2, \quad \dots, \quad X(2,6) = 6,$$

$$X(3,1) = 3, \quad X(3,2) = 3, \quad \dots, \quad X(3,6) = 6,$$

$$X(4,1) = 4, \quad X(4,2) = 4, \quad \dots, \quad X(4,6) = 6,$$

$$X(5,1) = 5, \quad X(5,2) = 5, \quad \dots, \quad X(5,6) = 6,$$

$$X(6,1) = 6, \quad X(6,2) = 6, \quad \dots, \quad X(6,6) = 6,$$

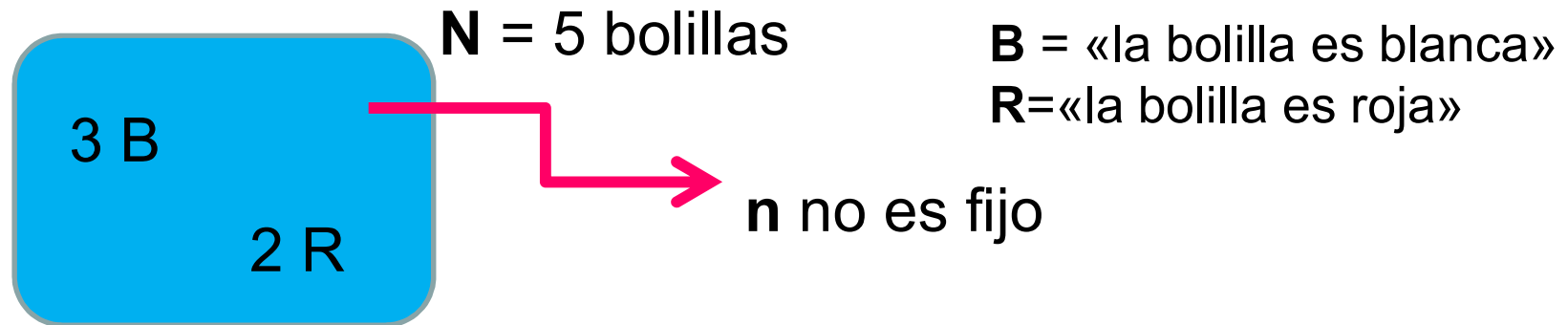


Luego los valores de X son **1, 2, 3, 4, 5 y 6**.

Ejemplos

3. Supongamos tener el experimento que consiste en extraer una bolilla de una urna que contiene tres blancas y dos rojas, anotar su color y devolverla a la urna, repitiendo este proceso hasta obtener una bolilla roja.

Sea **X** = “*n*º de extracciones necesarias hasta observar una bolilla roja”.



$$\Omega = \{(R), (B,R), (B,B,R), (B,B,B,R), \dots\}.$$

Por lo tanto:

$$\mathbf{X} (R) = \mathbf{1}, \mathbf{X} (B,R) = \mathbf{2}, \mathbf{X} (B,B,R) = \mathbf{3}, \mathbf{X} (B,B,B,R) = \mathbf{4}, \dots$$

Ejemplos

4. Se analiza el tiempo de carga de una página web.

Sea **X** = “*tiempo de carga de una página web (seg.)*”.

$$\Omega = (0, \infty) \quad \text{ó} \quad \Omega = (0, t_0], \quad t_0 \in \mathbb{R}^+$$

$$\mathbf{X}(\omega) = \omega \text{ (identidad)}$$



Por lo tanto:

Los **valores posibles** de **X** son:

$$\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} : \mathbf{x} \in (0, \infty)\} \quad \text{ó} \quad (0, t_0], \quad t_0 \in \mathbb{R}^+$$

Def:

El **rango** o **recorrido** de una v.a. X es el conjunto de valores reales que tienen asociado algún elemento del espacio muestral. Representa el conjunto de valores posibles de la v.a. X . Se denota R_X .

$$R_X = \{x \in \mathfrak{R} : \text{existe un } \omega \in \Omega ; X(\omega) = x\}$$

En los ejemplos anteriores el rango resulta:

1. $R_X = \{0, 1\}$, finito.
2. $R_X = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 12\}$, finito.
3. $R_X = \{1, 2, 3, \dots\}$, infinito numerable.
4. $R_X = (0, \infty)$ ó $R_X = (0, t_0]$, $t_0 \in \mathfrak{R}^+$, infinito no contable.

En función del conjunto de sus **valores posibles**, las **v.a. cuantitativas** pueden clasificarse en **discretas** y **continuas**.

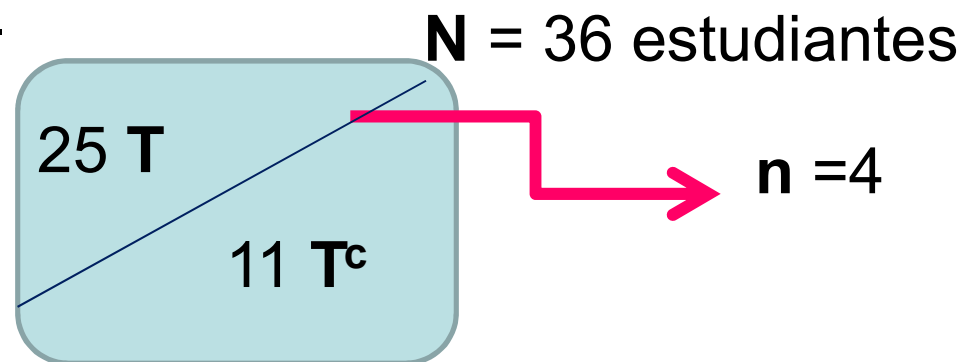
Def.:

Una v.a. se dice **discreta** si toma un número *finito* o *infinito numerable* de valores.

Ejemplos de v.a. Discretas

- **X** = “*número de estudiantes que trabajan entre 4 muestreados*”. La muestra se seleccionó de los 36 estudiantes que asisten a un curso de Modelos Estadísticos para Ciencias de la computación, 25 de los cuales trabajan.

$$R_X = \{ \quad \}$$



Ejemplos

- **Y** = “*número de mails que recibe una persona por día*”.

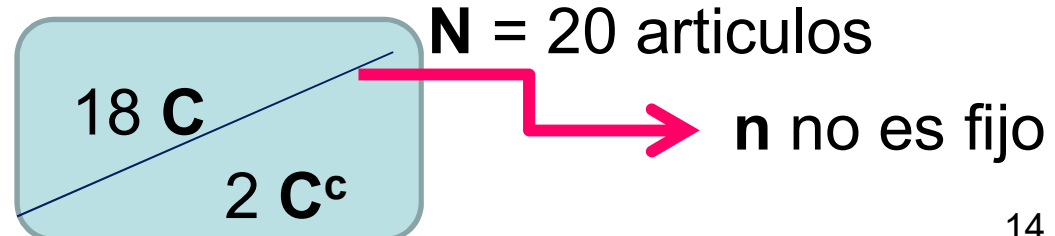
$$R_Y = \{ \quad \}$$

Z = “*número de artículos que no cumplen con los estándares de calidad en una muestra de 4*”. **La muestra se extrae al azar de un lote que contiene 25 artículos, 2 de los cuales que no cumplen con los estándares de calidad.**

$$R_Z = \{ \quad \}$$

- **V** = “*número de artículos a extraer hasta hallar el primero que no cumple con los estándares de calidad*”. **Los artículos se extraen de un lote que contiene 20 artículos, 2 de los cuales que no cumplen con los estándares de calidad.**

$$R_V = \{ \quad \}$$



IMPORTANTE!!!!!!



Las **variables discretas** no tienen porque tener un recorrido constituido por valores enteros.

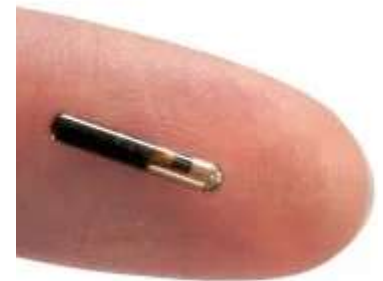
X = “proporción de micro chips defectuosos en una muestra de 100”

En una muestra de 100 chips puedo tener: 0 chips defectuosos, o 1 chip defectuoso, o 2 defectuosos, etc.

Por lo tanto:

$$\mathbf{R_x} = \{ 0, 1/100, 2/100, \dots, 99/100, 1 \}.$$

Silvina Pistonesi



Distribución de probabilidad de una v.a. discreta

Ejemplo 1: Un fabricante de unidades de discos usadas en una conocida marca de microcomputadoras espera que el 2% de las unidades no funcionen bien durante el período de garantía de las microcomputadoras. Consideramos la v.a. **X** = “N° de unidades de disco que **no funcionan** bien durante el período de garantía entre 3 ventas”.



Ejemplo 2: Una red del laboratorio de cómputo fue atacada por un virus informático. Este virus entra en cada computadora con probabilidad 0.4, independientemente de las computadoras restantes. Tres alumnos eligen al azar tres computadoras para desarrollar un proyecto. Consideramos la v.a. **X** = “N° de computadoras en las que ingresó el virus entre las 3 elegidas al azar”



Distribución de probabilidad de una v.a. discreta

Ejemplo 1

Un fabricante de unidades de discos usadas en una conocida marca de microcomputadoras espera que el 2% de las unidades no funcionen bien durante el período de garantía de las microcomputadoras. Consideramos la v.a.

X = “N° de unidades de disco que **no funcionan** bien durante el período de garantía entre 3 vendidas”

Sea F = “la unidad de disco funciona bien durante el período de garantía”

$\Omega = \{ (F,F,F), (F^c,F,F), (F,F^c,F), (F,F,F^c), (F^c,F^c,F), (F^c,F,F^c), (F,F^c,F^c), (F^c,F^c,F^c) \},$

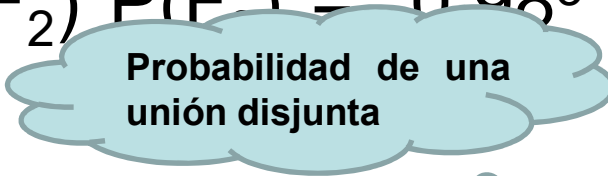
luego: **R_X** = {0,1, 2, 3}

Silvina Pistonesi



Distribución de probabilidad de una v.a. discreta

$$\Omega = \{ (F, F, F), (F^c, F, F), (F, F^c, F), (F, F, F^c), (F^c, F^c, F), (F^c, F, F^c), (F, F^c, F^c), (F^c, F^c, F^c) \},$$

- $P(X = 0) = P((F_1, F_2, F_3)) = P(F_1) \cdot P(F_2) \cdot P(F_3) = 0.98^3 = 0.941192$,

- $P(X = 1) = P((F_1^c, F_2, F_3) \cup (F_1, F_2^c, F_3) \cup (F_1, F_2, F_3^c)) = 3 P(F_1^c) \cdot P(F_2) \cdot P(F_3) = 3 \cdot 0.02 \cdot 0.98^2 = 0.057624$
- $P(X = 2) = P((F_1^c, F_2^c, F_3) \cup (F_1, F_2^c, F_3^c) \cup (F_1^c, F_2, F_3^c)) = 3 \cdot 0.02^2 \cdot 0.98 = 0.001176$
- $P(X = 3) = P((F_1^c, F_2^c, F_3^c)) = 0.02^3 = 0.000008$,

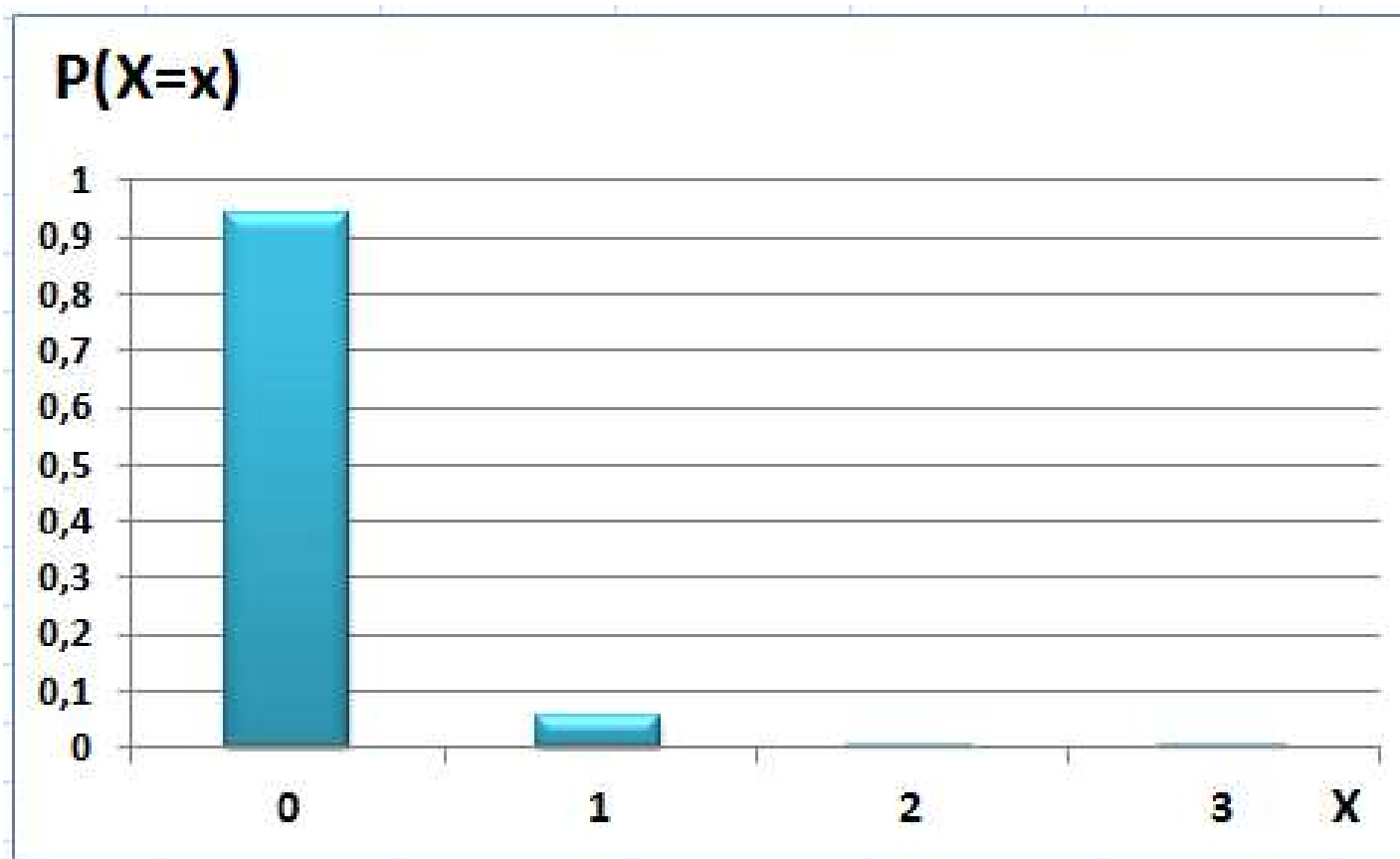
Ejemplo 1

Función de distribución de probabilidad de una v.a. discreta

X = “N° de unidades de disco que **no funcionan** bien durante el período de garantía entre 3 vendidas”

X	0	1	2	3
P(X=x)	0.941192	0.057624	0.001176	0.000008

El gráfico de la distribución de probabilidad de una v. a. discreta, X , se construye mediante un gráfico de bastones que se dibujan perpendicularmente al eje horizontal donde se anotan los valores de la v. a. .



Distribución
de
probabilidad
de la v.a. X

La altura de éstos bastones es igual a la respectiva probabilidad.

20

Distribución de probabilidad de una v.a. discreta

Ejemplo 2

Una red del laboratorio de cómputo fue atacada por un virus informático. Este virus entra en cada computadora con probabilidad **0.4**, independientemente de las computadoras restantes. Tres alumnos eligen al azar tres computadoras para desarrollar un proyecto. Consideramos la v.a.

Y = “*N° de computadoras en las que ingresó el virus entre las 3 elegidas al azar*”

Si se define el evento: **I** = “ el virus ingresó en la computadora”

$\Omega = \{ (I, I, I), (I^c, I, I), (I, I^c, I), (I, I, I^c), (I^c, I^c, I), (I^c, I, I^c), (I, I^c, I^c), (I^c, I^c, I^c) \},$

luego: **R_Y** = {0, 1, 2, 3}

Silvina Pistonesi



Función de distribución de probabilidad de una v.a. discreta

$$\Omega = \{ (I, I, I), (I^c, I, I), (I, I^c, I), (I, I, I^c), (I^c, I^c, I), (I^c, I, I^c), (I, I^c, I^c), (I^c, I^c, I^c) \},$$

Y = "N° de computadoras en las que ingresó el virus entre las 3 elegidas al azar"

- $P(Y = 0) = P((I^c_1, I^c_2, I^c_3)) = P(I^c_1 \cap I^c_2 \cap I^c_3)$
 $= P(I^c_1) P(I^c_2) P(I^c_3)$
 $= 0.6^3 = \mathbf{0.216},$

El virus entra en cada computadora independientemente de las computadoras restantes.

- $P(Y = 1) = P((I^c_1, I^c_2, I_3) \text{ o } (I_1, I^c_2, I^c_3) \text{ o } (I^c_1, I_2, I^c_3))$

Probabilidad de una unión disjunta

$$= P(I^c_1 \cap I^c_2 \cap I_3) + P(I_1 \cap I^c_2 \cap I^c_3) + P(I^c_1 \cap I_2 \cap I^c_3)$$
$$= 3 \cdot 0.6^2 \cdot 0.4 = \mathbf{0.432},$$

Función de distribución de probabilidad de una v.a. discreta

$$\Omega = \{ (I, I, I), (I^c, I, I), (I, I^c, I), (I, I, I^c), (I^c, I^c, I), (I^c, I, I^c), (I, I^c, I^c), (I^c, I^c, I^c) \},$$

Probabilidad de una unión disjunta

- $P(Y = 2) = P((I^c_1, I_2, I_3) \cup (I_1, I^c_2, I_3) \cup (I_1, I_2, I^c_3))$

$$= P(I^c_1, I_2, I_3) + P(I_1, I^c_2, I_3) + P(I_1, I_2, I^c_3)$$

$$= 3 P(I^c_1 \cap I_2 \cap I_3)$$

El virus entra en cada computadora independientemente de las computadoras restantes.

$$= 3 P(I^c_1) \cdot P(I_2) P(I_3) = 3 \cdot 0.6 \cdot 0.4^2 = \mathbf{0.288},$$

- $P(Y = 3) = P((I_1, I_2, I_3)) = P(I_1) \cdot P(I_2) P(I_3)$
 $= 0.4^3 = \mathbf{0.064}.$

Probabilidad puntual de una v.a. discreta

La probabilidad de que la variable aleatoria discreta X tome el valor x , se denomina **probabilidad puntual** de la v.a. X , se define para todo x como

$$P_X(x) = P(X = x)$$

La **distribución de probabilidad** de una v.a. discreta puede describirse mediante una **tabla**, **gráfico** o una **fórmula**.

La siguiente **tabla** se denomina **función de distribución de probabilidad** de la v. a. discreta X . Se utiliza sólo si el recorrido de la v.a. X es **finito**.

X	x_1	x_2	...	x_n
$P(X=x)$	$P(X=x_1)$	$P(X=x_2)$...	$P(X=x_n)$

Ejemplo 2

Función de **distribución de probabilidad** de la v.a.

Y = "N° de computadoras en las que ingresó el virus entre las 3 elegidas"

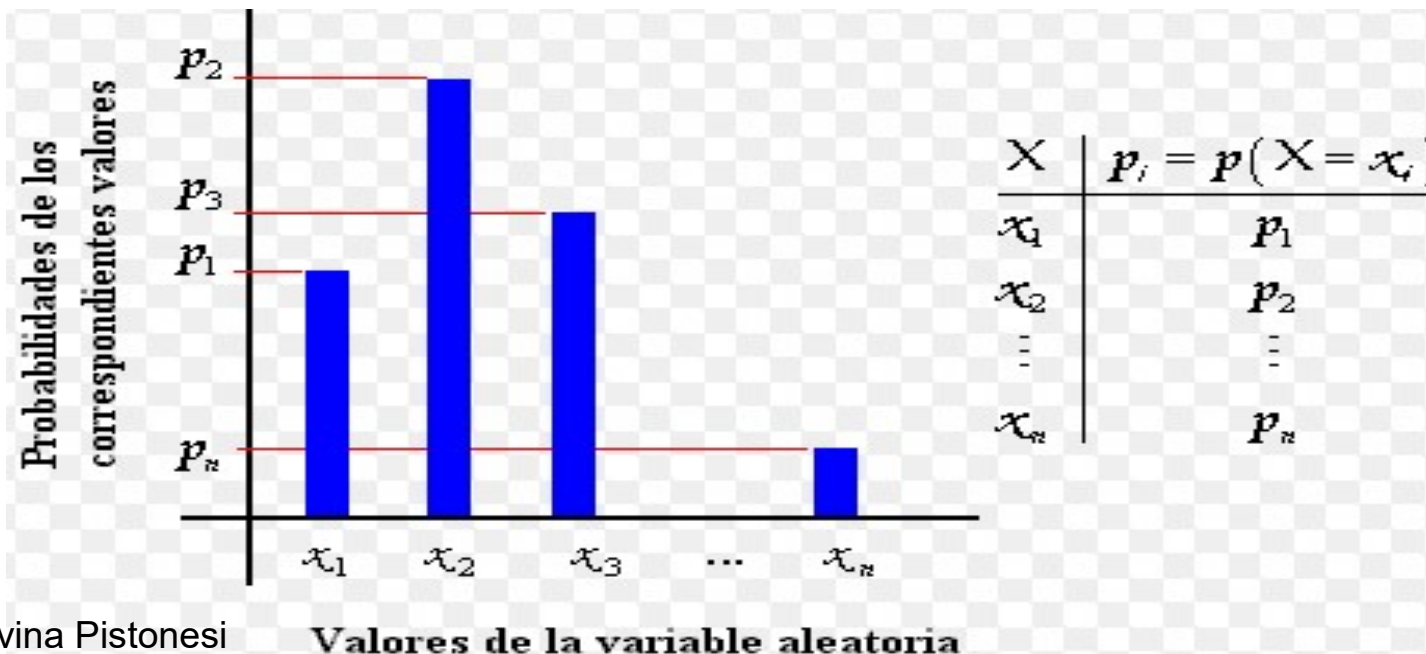
Y	0	1	2	3
P(Y=y)	0.216	0.432	0.288	0.064

Probabilidad puntual de la v.a. Y



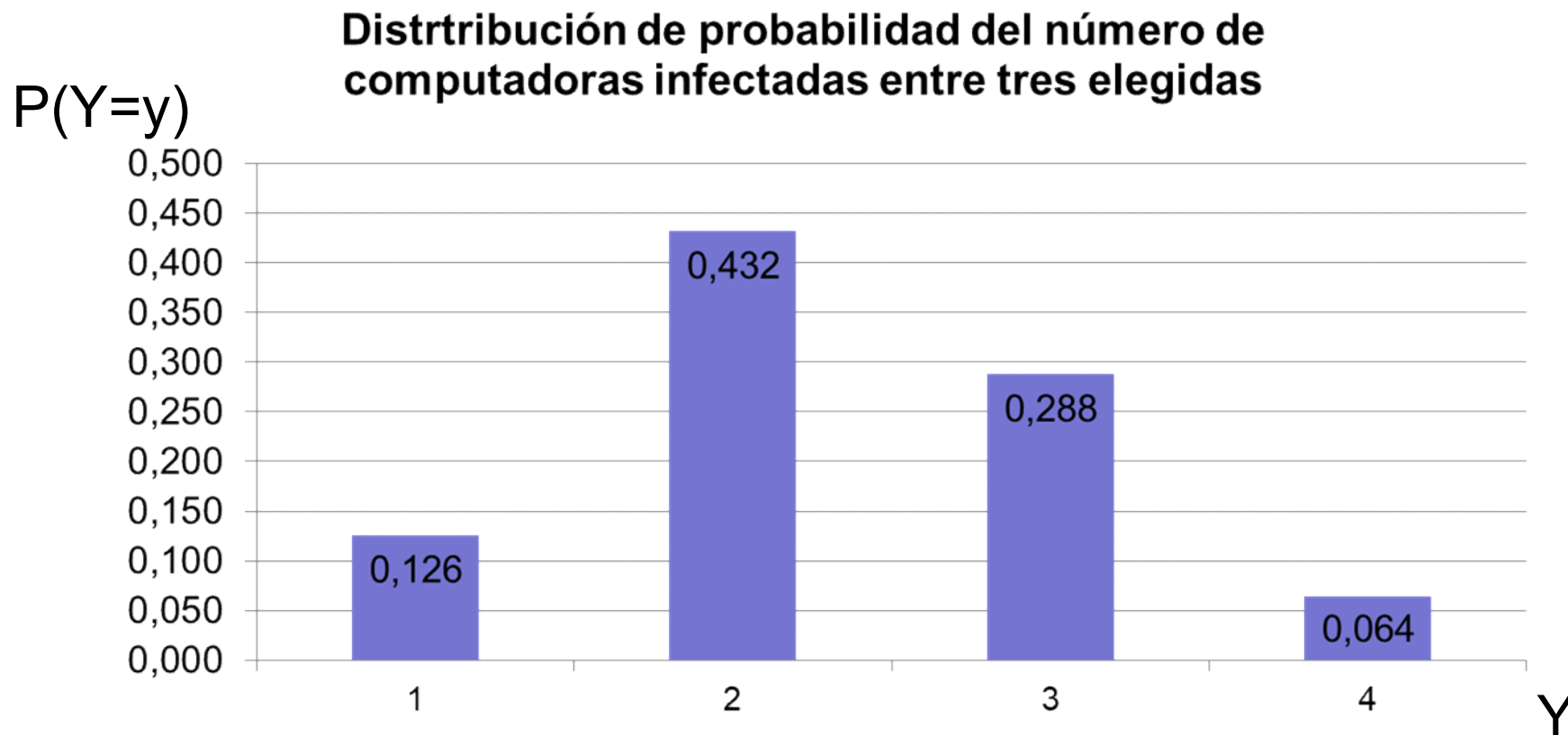
Gráfico de la distribución de probabilidad de una v. a. discreta

El gráfico de la distribución de probabilidad de una v. a. discreta, X , se construye mediante un gráfico de bastones o barras, que se dibujan perpendicularmente al eje horizontal donde se anotan los valores de la v. a. La altura de éstos bastones es igual a la respectiva probabilidad.



Distribución de probabilidad de la v.a. discreta:

Y = «Nº de computadoras en las que ingresó el virus entre las 3 elegidas»



Distribución de probabilidad de una v.a. discreta

La **función de distribución de probabilidad** de una v.a. discreta X debe satisfacer dos propiedades:

1. $0 \leq P(X = x) \leq 1 \quad \forall x \in R_X.$

2. $\sum_{x \in R_X} P(X = x) = 1.$



Ejemplo 2

Función de **distribución de probabilidad** de la v.a.

Y = "N° de computadoras en las que ingresó el virus entre las 3 elegidas"

Y	0	1	2	3
P(Y = y)	0.216	0.432	0.288	0.064

La **función de distribución de probabilidad** de una v.a. discreta Y debe satisfacer las dos propiedades:

1. $0 \leq P(Y = y) \leq 1 \quad \forall y \in R_Y$ ✓

2. $\sum_{y \in R_Y} P(Y = y) = 1$.

$$\sum_{y \in R_Y} P(Y=y) = 0.216 + 0.432 + 0.288 + 0.064 = 1$$

Distribución de probabilidad de una v.a. discreta

Ejemplo 3

El experimento que consiste en extraer al azar dos bolillas de una bolsa que contiene 5 bolillas numeradas del 1 al 5, sin devolverlas, y anotar su número.

Def. v.a:

Z = “N° de bolillas con número impar entre las extraídas al azar”

$\Omega = \{ (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), \dots, (5,1), (5,2), (5,3), (5,4) \},$

luego: **R_Z** = {0, 1, 2}



$$P(Z = 0) = P((2,4) \text{ o } (4,2)) = 2 P(2).P(4/2) = 2 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{20},$$

$$P(Z = 1) = P((1,2) \text{ o } (2,1) \text{ o } (1,4) \text{ o } (4,1) \text{ o } (3,2) \text{ o } (2,3) \text{ o } (3,4) \text{ o } (4,3) \text{ o } (5,2) \text{ o } (2,5) \text{ o } (5,4) \text{ o } (4,5)) = 12 P(1) \cdot P(2/1) = 12 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{12}{20},$$

$$P(Z = 2) = P((1,3) \text{ o } (3,1) \text{ o } (1,5) \text{ o } (5,1) \text{ o } (5,3) \text{ o } (3,5)) = 6 P(1) \cdot P(3/1) = 6 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{6}{20},$$

Otra forma de pensarlo!!!!

Def. v.a:

Z = “N° de bolillas con número impar entre las extraídas al azar”

$$\Omega = \{ (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), \dots, (5,1), (5,2), (5,3), (5,4) \}$$

luego: **R_Z** = {0,1, 2}

Si consideramos el evento : **A** = “el numero de la bolilla extraída es par”

$$P(\mathbf{A}) = 2/5 \quad \text{entonces} \quad P(\mathbf{A}^c) = 3/5$$

$$\mathbf{P(Z = 0)} = P((A_1, A_2)) = P((A_1) \cdot P(A_2 / A_1) = 2/5 \cdot 1/4 = \mathbf{2/20},$$

$$\mathbf{P(Z = 1)} = P((A_1, A_2^c)) \cup (A_1^c, A_2) = P(A_1, A_2^c) + P(A_1^c, A_2) = 2 \cdot 2/5 \cdot 3/4 = \mathbf{12 / 20},$$

$$\mathbf{P(Z = 2)} = P((A_1^c, A_2^c)) = P(A_1^c) \cdot P(A_2^c / A_1^c) = 3/5 \cdot 2/4 = \mathbf{6/20}.$$

Silwina Distonesi

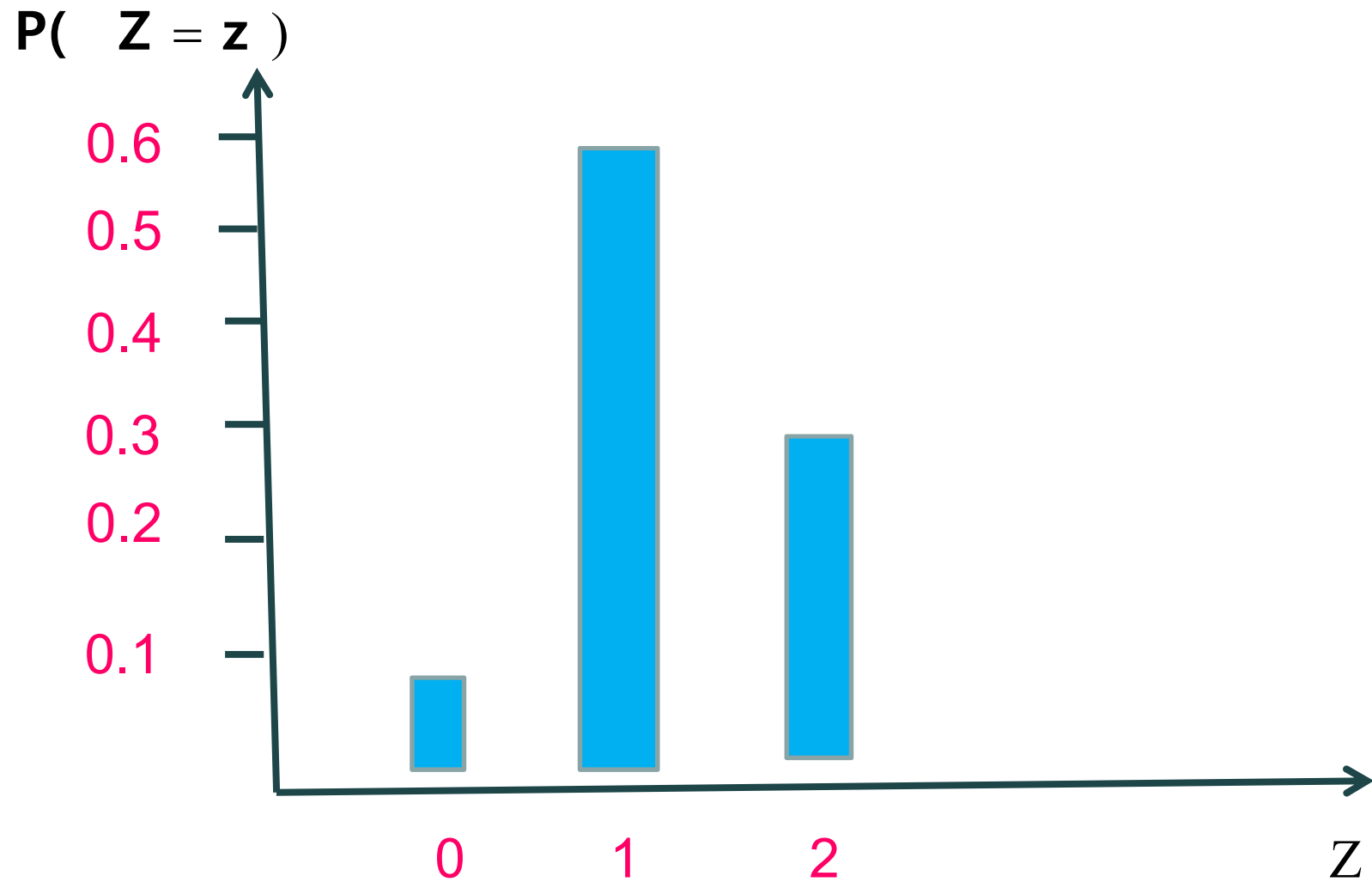
Ejemplo 3



Z = “ n° de bolillas con número impar entre las extraídas al azar”

Z	0	1	2
P(Z=z)	2/20	12/20	6/20

Distribución de probabilidad de la v.a. Z



Ejemplo 4

El sistema de cómputos de una universidad nacional puede caerse debido a problemas de alimentación del sistema. Los ingenieros de mantenimiento determinaron que en promedio, por mes, el sistema se cae 1,5 veces por cuestiones de alimentación. Si se define la v.a. **X** = " *número de veces que se cae el sistema por cuestiones de alimentación por mes*". Su fórmula para determinar sus probabilidades es:

$$P(X = x) = \frac{e^{-1,5} 1,5^x}{x!}, \quad R_X = \{0, 1, 2, \dots\}$$



Función de distribución acumulada

La **función de distribución acumulada (f.d.a.)** de una v.a. X y la notaremos $F_x(x)$, como:

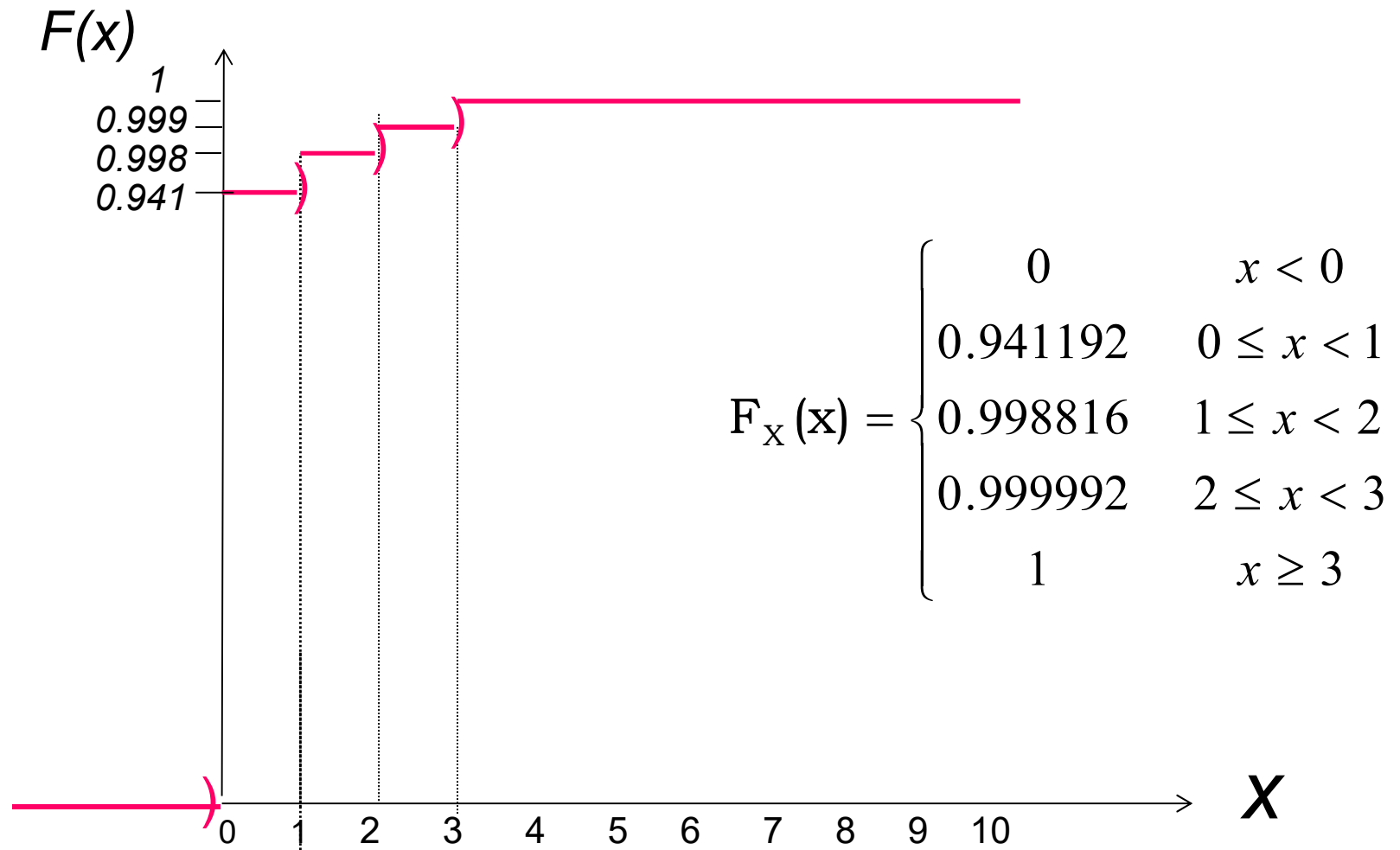
$$F_x(x) = P(X \leq x), \text{ con } x \in \mathbb{R}.$$

Sea X una v.a. que toma los valores $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$; entonces,

$$F_X(x_i) = P(X \leq x_i) = \sum_{j \leq i} P(X = x_j)$$

Ejemplo 1

Función de distribución de la v. a. X



Función de distribución Acumulada

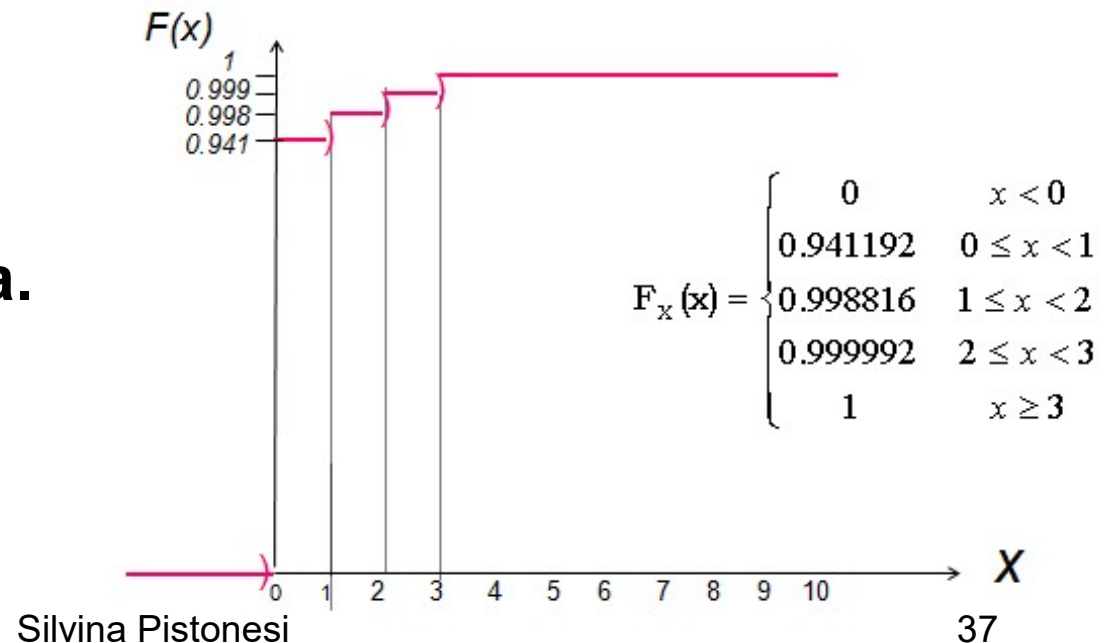
Propiedades

1. $F_X(x)$ es no decreciente.

2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} F_X(x) = 0$

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} F_X(x) = 1$

4. Es continua a derecha.



Ejemplo 2

Y = “N° de computadoras en las que ingresó el virus entre las 3 elegidas”

Y	0	1	2	3
P(Y=y)	0.216	0.432	0.288	0.064

Si $y < 0$ $F_Y(y) = P(Y \leq y) = 0$

Por ejemplo **si $y = -1$** $F_Y(-1) = P(Y \leq -1) = 0$

Si $0 \leq y < 1$ $F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(Y = 0) = 0.216$

Por ejemplo **si $y = 0.5$** $F_Y(0.5) = P(Y \leq 0.5) = P(Y = 0) = 0.216$

Si $1 \leq y < 2$ $F_Y(x) = P(Y \leq y) = P(Y = 0) + P(Y = 1) = 0.648$

Por ejemplo **si $y = 1.5$** $F_Y(1.5) = P(Y \leq 1.5) = P(Y = 0) + P(Y = 1) = 0.648$

Ejemplo 2

Y = “N° de computadoras en las que ingresó el virus entre las 3 elegidas”

Y	0	1	2	3
P(Y=y)	0.216	0.432	0.288	0.064

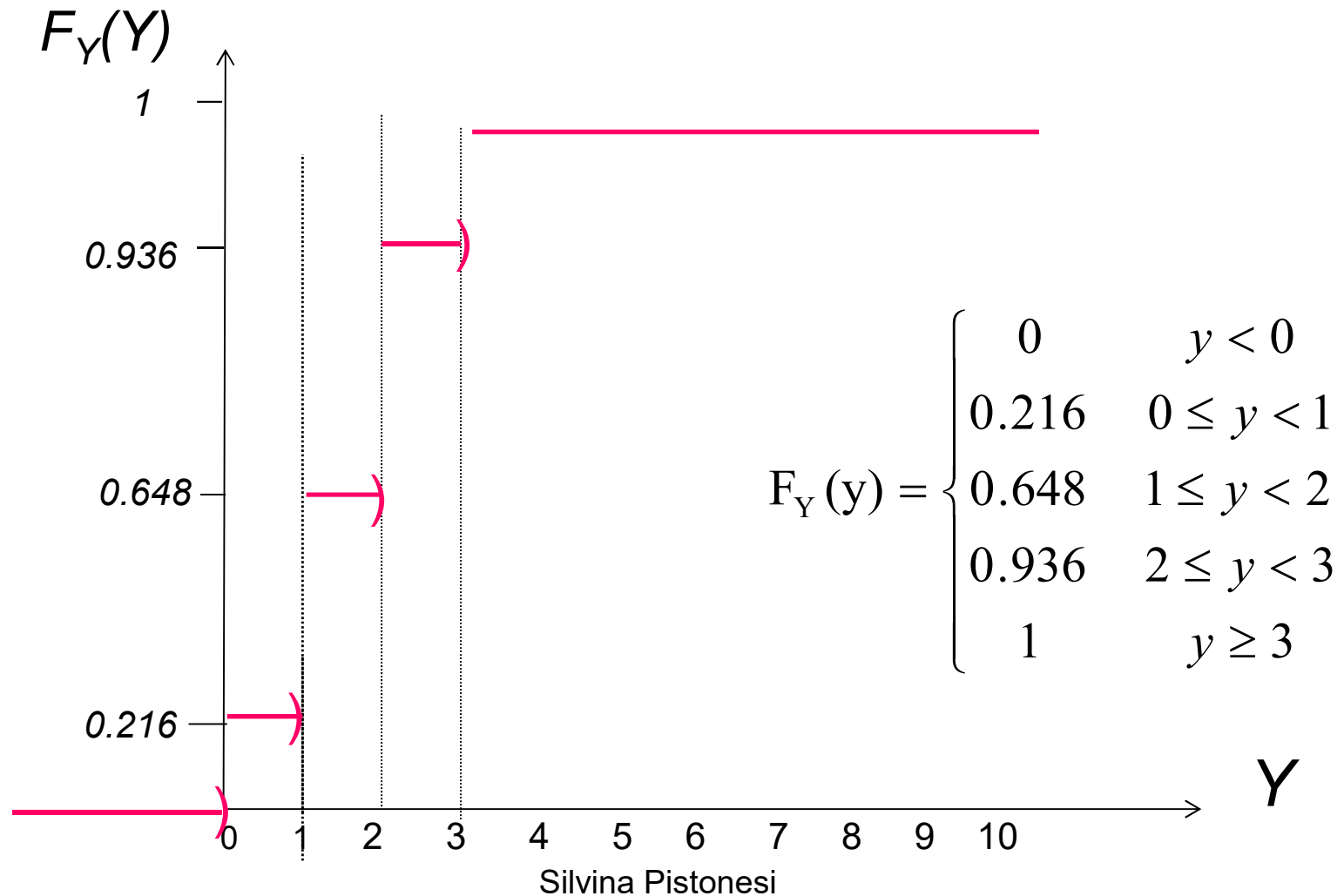
Si $2 \leq y < 3$ $F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(Y = 0) + P(Y = 1) + P(Y = 2) = \mathbf{0.936}$

Si $y \geq 3$ $F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(Y = 0) + P(Y = 1) + P(Y = 2) + P(Y = 3) = \mathbf{1}$

Por ejemplo si $y = 5$ $F_Y(5) = P(Y \leq 5) = P(Y = 0) + \dots + P(Y=3) = \mathbf{1}$

Ejemplo 2

Función de distribución de la v. a. Y



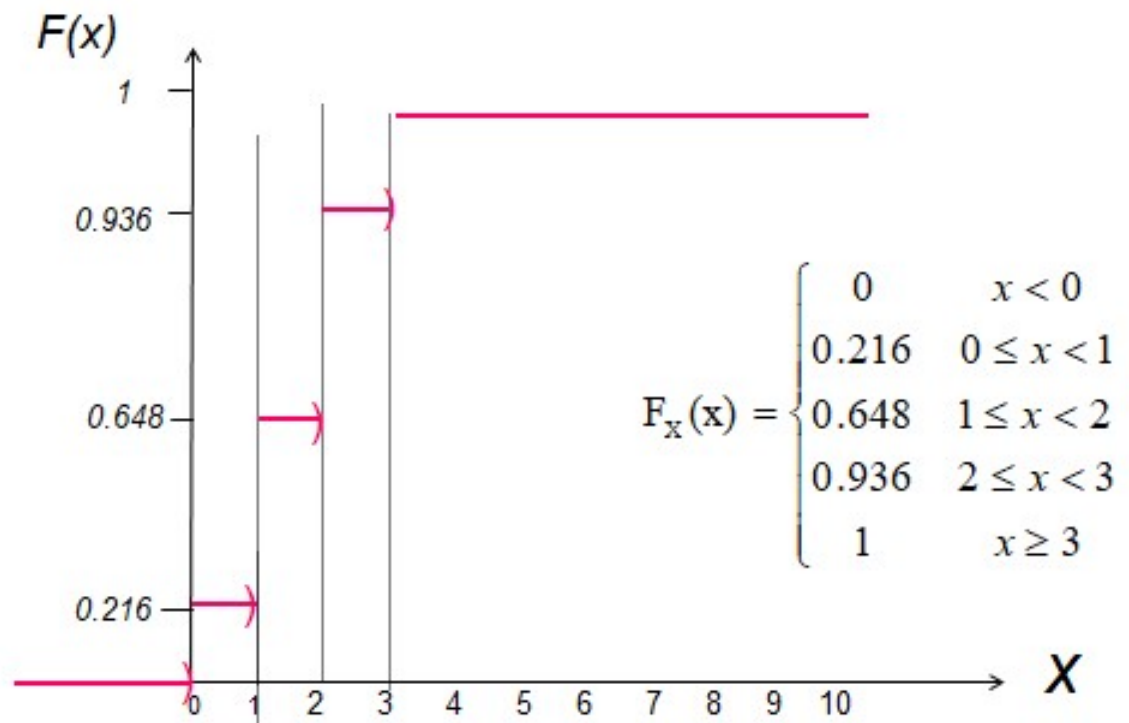
Propiedades

1. $F_X(x)$ es no decreciente.

2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} F_X(x) = 0$

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} F_X(x) = 1$

4. Es continua a derecha.



Ejemplo 3

Z = “*n° de bolillas con número impar entre las extraías*”

Z	0	1	2
P(Z=z)	2/20	12/20	6/20

Si $z < 0$ $F_Z(z) = P(Z \leq z) = 0$

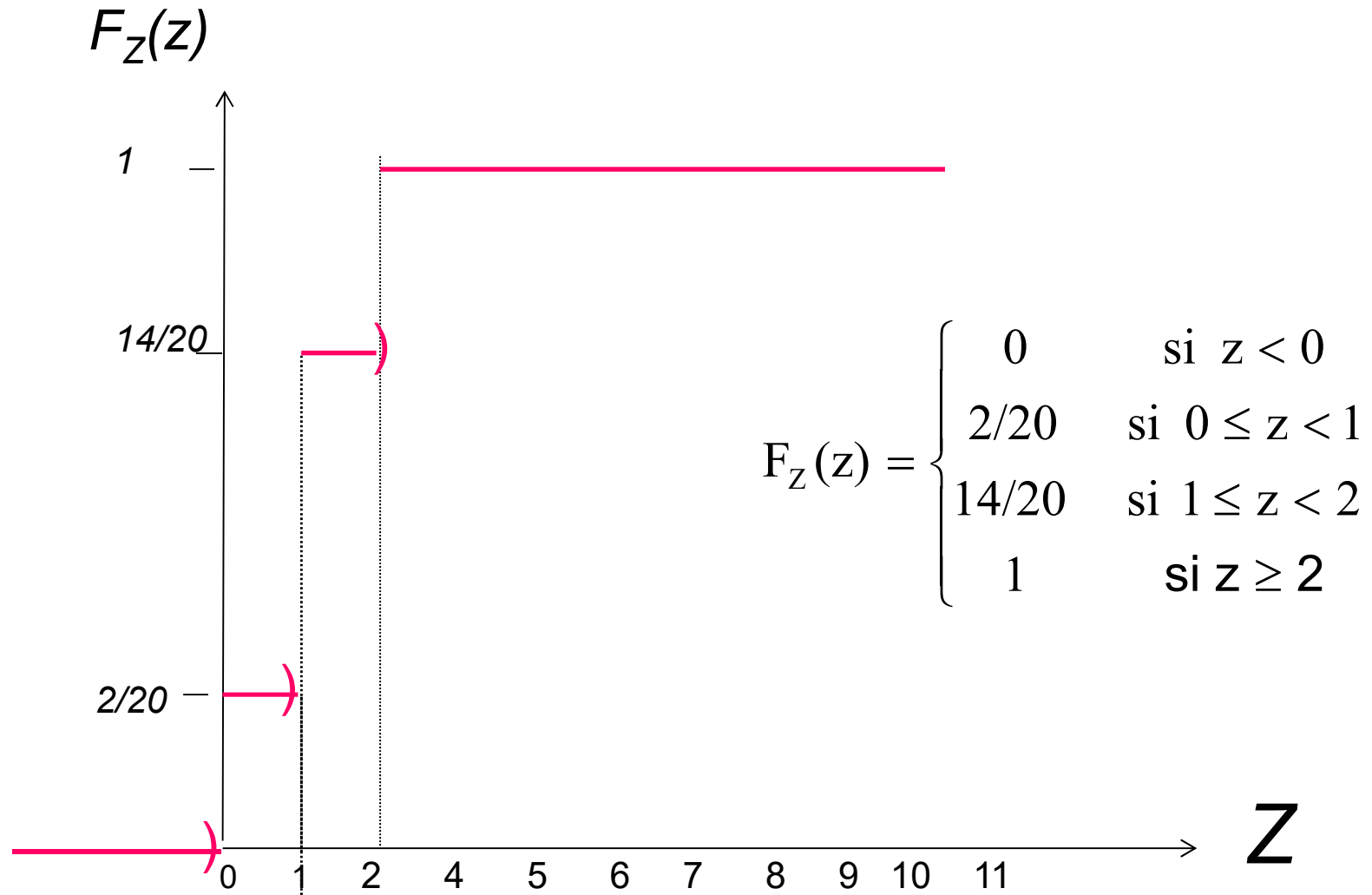
Si $0 \leq z < 1$ $F_Z(z) = P(Z \leq z) = P(Z = 0) = 2/20$

Si $1 \leq z < 2$ $F_Z(x) = P(Z \leq z) = P(Z = 0) + P(Z = 1) = 14/20$

Si $z \geq 2$ $F_Z(z) = P(Z \leq z) = P(Z = 0) + P(Z = 1) + P(Z = 2) = 1$

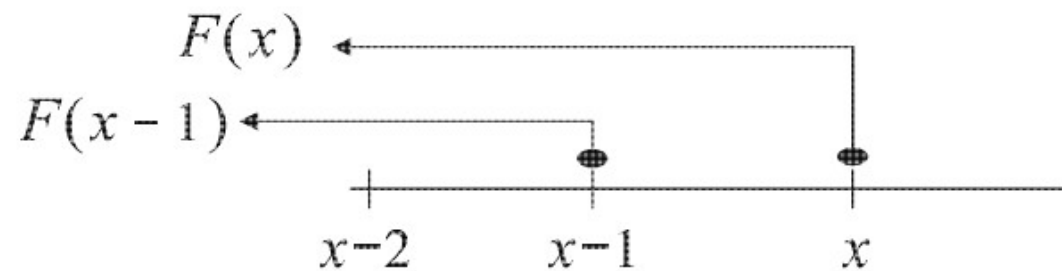
Ejemplo 3

Función de distribución de la v. a. Z



Relación entre la función de probabilidad puntual y la función de distribución acumulada

$$P(X = x) = P(X \leq x) - P(X \leq x-1) = F(x) - F(x-1)$$



$$P(x_i \leq X \leq x_j) = P(X \leq x_j) - P(X < x_i) = P(X \leq x_j) - P(X \leq x_i - 1) = F(x_j) - F(x_{i-1})$$



Ejercicios

1. Se selecciona al azar 3 computadoras para ser inspeccionadas, de un grupo de 6 que hay en un laboratorio, de los cuales 2 tienen problemas en las unidades de disco duro. Sea $X = \text{"n° de computadoras que tienen problemas en las unidades de disco duro entre las inspeccionadas"}$

- i) determinar su recorrido.
- ii) hallar su distribución de probabilidad.
- iii) graficar la distribución de probabilidad.
- iv) Determinar la probabilidad de que haya por lo menos 2 con problemas entre las 3.
- v) Determinar la probabilidad entre las 3 seleccionadas ninguno o sólo una tenga problemas.

2. El gerente de una gran tienda necesita determinar la distribución de probabilidad del número de clientes entre los próximos tres que ingresan a la tienda que hacen una compra. Él sabe que el 30% de los clientes que ingresan a la tienda realizan una compra.

a. Si se define la v.a.:

X = *"n° de clientes entre los próximos 3 que ingresen a la tienda que efectúan una compra"*

- i) determinar su recorrido.
 - ii) hallar su distribución de probabilidad y graficarla.
- b.** ¿Cual es la probabilidad de que 2 de tres clientes que ingresan a la tienda hagan una compra?

c. ¿Cual es la probabilidad de que de los tres clientes que ingresan a la tienda

i) A lo sumo 1 haga una compra?

ii) 1 ó los 3 hagan una compra?

iii) Por lo menos 2 hagan una compra?

3. El fabricante de unidades de discos usadas en una conocida marca de microcomputadoras espera que el 2% de las unidades no funcionen bien durante el período de garantía de las microcomputadoras.

a. En una muestra de 3 unidades de disco, ¿cuál es la probabilidad de que:

i) todas funciones bien durante el período de garantía.

ii) exactamente una funcione mal durante el período de garantía.

iii) al menos dos funcionen mal durante el período de garantía?

4. Una empresa informática realiza una campaña para promover el uso compartido del automóvil entre sus empleados, los datos se registraron en la siguiente tabla:

Número de ocupantes (x) por auto	Frecuencia(f)
1	425
2	235
3	205
4	52
5	22
6	6

Sea la v.a. X = “N° número de ocupantes por automóvil”

Determinar:

- a) El recorrido de X .
- b) La distribución de probabilidad de X .
- c) La probabilidad de que el número de ocupantes sean:
 - i) Exactamente 2. ii) a lo sumo 4. iii) 3 ó 6. iv) sean por lo menos 3, si se sabe que son menos de 5
- d) Representar la situación en forma gráfica.