EXAMEN FINAL DE ELEM. DE ÁLG. Y GEOM (13/07/2022) FERRARO.

1) a) Sea R la relación binaria definida en $\mathbb{N}$ mediante aRb $\Leftrightarrow$ a y b son coprimos. Analizar si es reflexiva, simétrica, antisimétrica y/o transitiva.

b) Sea R la relación de equivalencia en Z asociada a la función $f(x) = x^2 - 2x$ escribir las clases de equivalencia y el conjunto de cociente.

2) Probar que si (a,b) = 1 y (a,5) = 1 entonces $(a^2, a^3 + 5b^2) = 1$

3) Calcular, representar en el plano complejo y expresar en forma binómica $\sqrt[4]{-1 - i\sqrt{3}}$

4) Hallar las raíces de $f(x) = 2x^7 + 10x^5 - 4x^4 - 66x^3 - 32x^2 + 54x + 36$ sabiendo que $-3i$ y -1 son raíces. Escribir el polinomio como producto de irreducibles en Q[X], R[X] y C[X].

5) Sea el sistema <O,XYZ> asociado a la base canónica de $\mathbb{R}^3$ y el sistema <O,X'Y'Z'> asociado a la base

B = {(3,2,1), (0,0,1), (1,0,1)}

El plano $\pi: -x + 3y + z - 2 = 0$

Y la recta

$$L: \begin{cases} x' = 3 + 4\lambda \\ y' = 7 + \lambda \\ z' = 1 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

a) Hallar $L \cap \pi$ en cualquier base

b) Escribir n_π en ambas bases

6) Sea $[T]_c = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

a) ¿Es posible hallar una base ortogonal de autovectores? Justificar.
b) Hallar los correspondientes autovectores y autovalores.
c) ¿Es posible diagonalizar T? Justificar.

7) Enunciar el Teorema del Resto.