

Examen Final de Cálculo I - 28 / 05 / 2021
Parte Escrita

Plazo de entrega: 28 / 05 / 2021 a las 20 hs.

Las respuestas deben estar debidamente justificadas.

1. Halle la ecuación vectorial de la recta que pasa por el punto $(2, 3)$ y es perpendicular a la recta de ecuación $5x - 4y = 1$.
2. Halle las rectas tangentes al gráfico de la función $f(x) = \sqrt[3]{x}$ que son paralelas a la recta $y = \frac{1}{3}x$.
3. Calcule: $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos(2x))^{\frac{1}{x^2}}$.
4. Pruebe que la ecuación $x^2 = \cos x$ tiene exactamente 2 soluciones reales. Halle dichas soluciones con un error menor que $\frac{1}{20}$.
5. Bernabé veranea en Monte Hermoso y le gusta nadar en el mar y trotar en la playa. Si representamos la costa en el plano de modo tal que el mar es el semiplano superior $y > 0$ y la playa el semiplano inferior $y < 0$, Bernabé está en una sombrilla en el punto $(6, -8)$ y quiere ir trotando por la playa y luego nadando por el mar hasta una boya situada en el punto $(-4, 4)$. Si Bernabé nada a una velocidad v y trota a una velocidad $3v$, indique qué camino debe recorrer trotando y qué camino debe recorrer nadando de modo tal de llegar en el menor tiempo posible a la boya. Puede asumir que el camino más corto entre dos puntos del plano es el segmento de recta que los une.
6. Halle la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f'(x) = \cos(2x) \cos(3x)$ y $f(\pi) = 3$.
7. Calcule $\int x^3 \cos(x^2) dx$.