

Análisis Matemático III

Primer Examen Parcial

Apellido y nombres: L.U.Nº:

En todos los ejercicios deberá justificarse debidamente el procedimiento seguido.

Por favor, resolver separadamente los ejercicios 1 y 2 de los ejercicios 3, 4 y 5.

1. Mostrar que la siguiente integral paramétrica converge uniformemente en $I = [\frac{1}{2}, +\infty)$.

$$F(t) = \int_1^{+\infty} \frac{e^{-tx}}{2tx + 3} dx$$

2. Haciendo uso de las funciones Gamma y Beta calcular la integral $\int_0^2 \frac{x^2}{\sqrt{2-x}} dx$.

3. Hallar $\mathcal{L}\{e^{-t}F(2t)\}(s)$, siendo

$$F(t) = \int_0^t \frac{1}{\sqrt{u}} \frac{\sinh(t-u)}{t-u} du.$$

4. Hallar, si existe, la transformada inversa de Laplace de cada una de las siguientes funciones.

$$(a) f(s) = \frac{s e^{-2s}}{s^2 - 2s - 3}$$

$$(b) f(s) = \ln\left(\frac{1-2s}{2-s}\right)$$

5. Resolver el problema

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} &= 0, & x > 0, & t > 0, \\ U(x, 0) &= 0, & x > 0, \\ U(0, t) &= 2 \operatorname{sen} t, & t > 0, \\ \frac{\partial U}{\partial t}(x, 0) &= 0, & t > 0, \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} U(x, t) &= 0, & t > 0. \end{aligned}$$

Firmar la última hoja.

Cantidad de hojas entregadas (sin contar los enunciados):