Matemática Aplicada **Nombre y apellido:** ______________________________
Examen Final, **Registro:** ______________________________
28 de agosto de 2020 **N° de hojas entregadas:** ______________________________

1. (a) Hallar la solución general de la siguiente ecuación diferencial:

$$2xy'' = 3y'.$$

¿Dónde es válida?

(b) Probar que la función y_1 es solución de la ecuación diferencial dada. Utilizar el método de reducción del orden para hallar otra función, y_2, tal que $\{y_1, y_2\}$ formen una base del espacio de soluciones.

$$(x+1)^2y'' - 2(x+1)y' + 2y = 0, \quad y_1(x) = x + 1. \tag{1}$$

2. Hallar la solución general del siguiente sistema, Determinar el tipo y estabilidad de su punto crítico:

$$\begin{aligned} y_1' &= -7y_1 - 5\sqrt{3}y_2 \\ y_2' &= -5\sqrt{3}y_1 + 3y_2 \end{aligned}$$

3. Obtener los desarrollos de Fourier de las extensiones par e impar de

$$f(x) = \operatorname{sen} x, \quad 0 < x \leq \pi.$$

4. Resolver la ecuación de Laplace bidimensional

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} = 0$$

con las siguientes condiciones

$$\begin{aligned} &u(0, y) = 0, \quad \text{para } 0 < y < 1, \\ &u(1, y) = 0, \quad \text{para } 0 < y < 1, \\ &u(x, 0) = \operatorname{sen} 2\pi x, \quad \text{para } 0 < x < 1, \\ &u(x, 1) = 0, \quad \text{para } 0 < x < 1. \end{aligned}$$

5. (a) Verificar que $f(z) = e^{i\bar{z}}$ no es analítica en ningún punto (aquí $\bar{z}$ es el conjugado de z).

(b) ¿Cuántas muestras deben tomarse de la longitud de una barra producida por una máquina, para que el intervalo de confianza de la media con $\gamma = 0,90$ sea de $1\,\text{mm}$.? Se sabe que $\mu = 34\,\text{cm}$, $\sigma = 1\,\text{cm}$ y que $\Phi(1,645) - \Phi(-1,645) = 0,90$ donde Φ es la función de distribución de Gauss normalizada.