

CÁLCULO II

2021 Rocha

Recuperatorio general

Ejercicio 1:

- a) Dar la ecuación paramétrica de la recta que pasa por el punto $Q = (5, -2, 0)$ y es perpendicular a los vectores $\vec{w} = (0, 5, 3)$ y $\vec{t} = (1, 1, 3)$ simultáneamente.

- b) Determinar si los puntos $P_1 = (-1, -2, 8)$ y $P_2 = (0, 1, 1)$ pertenecen al plano de ecuación

$$(x, y, z) = (2, -1, 3) + \alpha(1, -1, 3) + \beta(2, 0, -1); \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$

- c) Determinar y graficar el dominio de la función $f(x, y) = \frac{xy - \sqrt{-\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} + 1}}{x^2 - y^2}$ indicando los puntos de acumulación de dicho conjunto.

Ejercicio 2:

- a) Calcular los siguientes límites:

i) $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,3)} \frac{xy - 3x - 2y + 6}{ye^y - 3e^y}$

ii) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} xy \cdot \text{sen}\left(\frac{5}{x^2 + y^2}\right)$

- b)

Dada la función $f(x, y) = \frac{4y + x^6 e^x}{x}$ estudiar su continuidad en el plano. En caso de ser discontinua redefinir en los puntos donde sea posible para que sea continua en dichos puntos.

- c) Para la función $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4x + 5$

- I) Graficar tres curvas de nivel de nivel.
- II) Determinar qué tipo de curvas se obtiene al intersectar la superficie con planos paralelos al plano XZ e YZ.
- II) Graficar la función.

Ejercicio 3:

- a) Dada la función $f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \text{sen}\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right) & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ determinar:

- i) ¿ f es continua en el punto $(0, 0)$?

- ii) Hallar las funciones $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}$ y $\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}$.

- iii) ¿ f es diferenciable en el punto $(0, 0)$?

- b) Si $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$, $x(u, v) = u^2 + v^2$ e $y(u, v) = 2uv$, calcular por medio de la regla de la cadena y si es posible $\frac{\partial f}{\partial u}(1, 1)$.

- c) Encontrar los extremos absolutos de la función $g(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 3$, condicionados a $x^2 + y^2 \leq 4$