

# Examen Final - Análisis Matemático I

3 de Marzo de 2011

Apellido y nombres:.....

Carrera:.....nº registro:.....

1. A cada una de las siguientes afirmaciones responde con verdadero o falso, justificando claramente tu elección,

a) Si  $f'(2) = g'(2) = g(2) = 2$ , entonces  $(f \circ g)'(2) = 4$ .

b) La ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f(x) = \ln(x-1)$  en  $(2, 0)$  es  $y = x - 2$ .

c) El valor promedio de la función  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}}$  en  $[0, 3]$  es  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

2. Una pequeña isla está a 2 millas del punto más cercano  $P$  situado en una playa rectilínea de un gran lago. Si una mujer que vive en la isla utiliza una lancha a motor que viaja a 20 millas por hr. y camina a una velocidad de 4 millas por hr., ¿dónde debe desembarcar para llegar, en el menor tiempo posible, a un punto  $Q$  que está a 10 millas, medidas sobre la playa, desde el punto  $P$ ?

3. Grafica la región acotada por el círculo  $x^2 + y^2 = r^2$ , el eje  $x$  y la recta de ecuación  $y = r - h$ ,  $r$  y  $h$  constantes reales  $0 < h < r$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ . Encuentra el volumen del sólido que se genera al hacer girar dicha región en torno al eje  $x$ . (No resuelva la integral)

4. Sea  $f(x) = \frac{\ln(x)}{1 + (\ln(x))^2}$  para  $x \in (0, +\infty)$ .

a) Calcula  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

b) Halla los extremos locales (relativos) y globales (absolutos) de  $f(x)$  en  $(0, +\infty)$ .

5. Analiza el caracter de las siguientes series.

a)  $\sum_{k=2}^{+\infty} \left( \frac{3}{(k-1)^2} - \frac{3}{k^2} \right)$ , si es convergente determina su suma.

b)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+3}{n^2 \sqrt{n}}$ .

c)  $\sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n \frac{1}{n \ln(n)}$ , indique si es absolutamente convergente, condicionalmente convergente o divergente.

Indica la cantidad de hojas entregadas y firma al final del examen.