

Primer Parcial de Análisis II (30/04/21)

Apellido y Nombres:
Carrera: L.U. N°:
TEMA 1

1. Determinar los puntos en los que la recta tangente a la curva descrita por el camino

$$\gamma(t) = (3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3)$$

es paralela al plano $3x + y + z = 5$.

2. a) Hallar y graficar el dominio de la función $f(x, y) = \frac{\ln(x + y + 1)}{x - 1}$.

Determine si el dominio es un conjunto abierto, cerrado y/o acotado.

b) Dibujar las curvas de nivel de $f(x, y) = -(x - 1)^2 - y^2 + 1$ para $f(x, y) = 1, 0, -3$.

3. a) Calcular, si existen, los siguientes límites o justificar la no existencia de ellos. (Indicar todos los pasos en los procedimientos)

1) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x^2y}{x^4 + 2x^2y + y^2}$.

2) $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,0)} \frac{y \sin(x - 2)}{x^2 - 4}$.

b) Dada la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2}, & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

1) Hallar el dominio de $f(x, y)$.

2) Hallar todos los puntos donde $f(x, y)$ es continua. (Justificar la continuidad en todos los puntos)

4. Decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando las respuestas.

a) Si $\gamma : I \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ es continua en el intervalo I , entonces la función

$$\|\gamma\| : I \rightarrow \mathbb{R} : t \mapsto \|\gamma(t)\|$$

es continua en dicho intervalo.

b) Sean $\gamma_1, \gamma_2 : I \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ un par de funciones vectoriales tales que la función real

$$f(t) := \gamma_1(t) \cdot \gamma_2(t), \quad t \in I$$

es continua. Entonces γ_1 y γ_2 son funciones continuas.

c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3}{x^2 + y^2} = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{x^2 + y^2}$