APELLIDO Y NOMBRE:	NOTA:
E-MAIL:	REG. Nº:

1. (a) Hallar un polinomio $a(x)$, sabiendo que el cociente y el resto de dividirlo por $b(x) = 3\,x^4 + 2x^2 - x + 1$ son, respectivamente:
   $q(x) = 2\,x^3 - x + 1 \qquad r(x) = x^2 + 2\,x + 4$.

   (b) Hallar el m.c.d $(f(x), g(x))$ (mónico), siendo: $f(x) = x^6 - x^4 + 4\,x^3 - 5\,x^2 + 5\,x + 14$, $g(x) = 2\,x^4 - 8\,x^2 + 6\,x + 12$. Expresarlo en la forma $d(x) = s(x) \cdot f(x) + t(x) \cdot g(x)$ y escribir la fórmula para determinar el m.c.m $[f(x), g(x)]$.

2. (a) $f(x) = 3\,x^3 - 9\,x^2 + k\,x - 12$ es divisible por $x - 3$, determinar cuál de los siguientes polinomios es factor de $f(x)$:

   i. $3\,x^2 - x + 4$ ii. $3\,x^2 - 4$ iii. $3x^2 + 4$ iv. $3\,x - 4$ v. $3\,x + 4$.

   (b) Resolver las siguientes ecuaciones:

   i. $x^7 - 16\,x^4 + 64\,x = 0$ ii. $4\,x^{-4} + 2x^{-2} + 1$.

   (Para i. recordar los números complejos. Graficar las raíces en el plano complejo)

3. (a) Hallar todas las raíces de un polinomio a coeficientes racionales de grado 11, sabiendo que $1+2i$ y $\sqrt{3}$ son una raíces múltiples, que es divisible por $x^4 - 1$ y su término independiente es nulo. ¿Es único?

   (b) Hallar un polinomio cuadrático, mónico tal que la suma de sus raíces es 5 y su producto 6. ¿Es posible determinar las raíces?

4. (a) Demostrar que $\sqrt{10}$ es irracional

   (b) Representar en el plano complejo la región determinada por los $z \in \mathbb{C}$ que verifican simultáneamente: $z\bar{z} \leq 16$, $Re(\overline{-4i + z}) \geq 2$, $\frac{\pi}{2} < Arg(z) \leq Arg(-33i)$

Ⓡ (a) Decidir la veracidad de las siguientes proposiciones:

   i. Si $x^3 - 7x - 6\,i$ tiene a $1 + 3i$ como raíz, entonces $1 - 3i$ es otra raíz.

   ii. Si $x^3 + (1 - 2\sqrt{3})x^2 + (5 - 2\sqrt{3})x + 5$ tiene a $\sqrt{3} - \sqrt{2}\,i$ como raíz, entonces $\sqrt{3} + \sqrt{2}\,i$ es otra raíz.

   iii. Si $x^4 + (1 - 2\sqrt{2})x^3 + (4 - 2\sqrt{2})x^2 + (3 - 4\sqrt{2})x + 1$ tiene a $-1 + \sqrt{2}$ como raíz, entonces $-1 - \sqrt{2}$ es otra raíz.

   (b) Aplicar el teorema del resto y hallar las condiciones para que $x^n \pm a^n$ sea divisible por $x \pm a$, $a \in \mathbb{R}^+$, $n \in \mathbb{N}^+$, (sexto caso de factoreo).

Nro. de hojas entregadas (sin enunciado): **Firmar la última hoja.**

APELLIDO Y NOMBRE:	NOTA:
E-MAIL:	REG. Nº:

1. (a) Hallar un polinomio $a(x)$, sabiendo que el cociente y el resto de dividirlo por $b(x) = 2\,x^4 + 3x^2 - x + 2$ son, respectivamente:
   $q(x) = 2\,x^3 - x + 1 \qquad r(x) = 2\,x^2 + 4\,x - 5$.

   (b) Hallar el m.c.d $(f(x), g(x))$ (mónico), siendo: $f(x) = x^6 - x^4 + 4\,x^3 - 5\,x^2 + 5\,x + 14$, $g(x) = 3\,x^4 - 12\,x^2 + 9\,x + 18$. Expresarlo en la forma $d(x) = s(x) \cdot f(x) + t(x) \cdot g(x)$ y escribir la fórmula para determinar el m.c.m $[f(x), g(x)]$.

2. (a) $f(x) = 3\,x^3 - 9\,x^2 + k\,x - 12$ es divisible por $x - 3$, determinar cuál de los siguientes polinomios es factor de $f(x)$:

   i. $3\,x + 4$ ii. $3\,x^2 - 4$ iii. $3\,x - 4$ iv. $3x^2 + 4$ v. $3\,x^2 - x + 4$.

   (b) Resolver las siguientes ecuaciones:

   i. $x^7 - 16\,x^4 + 64\,x = 0$ ii. $12\,x^{-4} + 6x^{-2} + 3$.

   (Para ii. recordar los números complejos. Graficar las raíces en el plano complejo)

3. (a) Hallar todas las raíces de un polinomio a coeficientes racionales de grado 11, sabiendo que $2 + i$ y $\sqrt{5}$ son raíces múltiples, que es divisible por $x^4 - 1$ y su término independiente es nulo. ¿Es único?

   (b) Hallar un polinomio cuadrático, mónico tal que la suma de sus raíces es -1 y su producto -6. ¿Es posible determinar las raíces?

4. (a) Demostrar que $\sqrt{21}$ es irracional

   (b) Representar en el plano complejo la región determinada por los $z \in \mathbb{C}$ que verifican simultáneamente: $z\bar{z} \leq 25$, $Re(\overline{-4i + z}) \geq 2$, $Arg(23i) < Arg(z) \leq \frac{3\pi}{2}$

Ⓡ (a) Decidir la veracidad de las siguientes proposiciones:

   i. Si $x^3 - 7x - 6\,i$ tiene a $1 + 3i$ como raíz, entonces $1 - 3i$ es otra raíz.

   ii. Si $x^3 + (1 - 2\sqrt{3})x^2 + (5 - 2\sqrt{3})x + 5$ tiene a $\sqrt{3} - \sqrt{2}\,i$ como raíz, entonces $\sqrt{3} + \sqrt{2}\,i$ es otra raíz.

   iii. Si $x^4 + (1 - 2\sqrt{2})x^3 + (4 - 2\sqrt{2})x^2 + (3 - 4\sqrt{2})x + 1$ tiene a $-1 + \sqrt{2}$ como raíz, entonces $-1 - \sqrt{2}$ es otra raíz.

   (b) Aplicar el teorema del resto y hallar las condiciones para que $x^n \pm a^n$ sea divisible por $x \pm a$, $a \in \mathbb{R}^+$, $n \in \mathbb{N}^+$, (sexto caso de factoreo).

Nro. de hojas entregadas (sin enunciado): **Firmar la última hoja.**