Matemática Aplicada **Nombre y apellido:** ______________________
Examen Final, **Registro:** ______________________
e-mail: ______________________

1. (a) Probar que la función y_1 es solución de la ecuación diferencial dada. Utilizar el método de reducción del orden para hallar otra función, y_2, tal que $\{y_1, y_2\}$ formen una base del espacio de soluciones.

$$x^2y'' - 5xy' + 9y = 0, \quad y_1(x) = x^3.$$

   (b) Resolver la siguiente ecuación diferencial:

$$y'' + 2y' + y = x^3, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

2. Hallar la solución del siguiente sistema con valores iniciales:

$$\begin{aligned} y_1' &= 3y_1 + 2y_2 \\ y_2' &= y_1 - y_2 \\ y_1(0) &= 0.5 \\ y_2(0) &= -0.5. \end{aligned}$$

3. Obtener el desarrollo de Fourier de

$$f(x) = \operatorname{sen}(x)\cos(x), \quad \text{para} \quad x \in [-\pi, \pi]$$

4. ¿Encontrar las soluciones de la ecuación

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 0, \\ u(0,t) &= 0, \quad \text{para todo } t, \\ u(1,t) &= 0, \quad \text{para todo } t, \\ u(x,0) &= 0, \quad \text{para } 0 < x < 1, \\ u_t(x,0) &= \operatorname{sen}(2\pi x), \quad \text{para } 0 < x < 1. \end{aligned}$$

5. ¿En qué porcentaje cambia el ancho del intervalo de confianza (con nivel de confianza γ fijo) para la media con σ conocida, si se duplica el tamaño de la muestra?

6. Decir si $f(x,y) = -x + x^2 + 2ixy - y^2$ es o no analítica como función de la variable compleja $z = x + iy$.