

1. Sea la superficie en  $\mathbb{R}^3$  definida por la siguiente ecuación:

$$z = 4 - \sqrt{x^2/4 + y^2}$$

- a) Halle y grafique la curva de nivel correspondiente a  $z = 3$  y la correspondiente a  $z = 2$ . Halle y grafique la sección correspondiente a  $x = 0$  y la correspondiente a  $y = 0$ .
- b) Grafique la superficie.
- c) Calcule la derivada parcial  $\frac{\partial f}{\partial x}(2, 0)$ . Interprete geoméricamente.
- d) Calcule la derivada direccional en el punto  $(2, 0)$  según el vector  $(3/5, 4/5)$ .
- e) Calcule la ecuación del plano tangente a la superficie en el punto  $(2, 0, 3)$ . Justifique.

2. Sea  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy - y^2}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0), \end{cases}$

- a) Es continua en  $(0, 0)$ ? Justifique.
- b) Calcule  $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$  y  $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$  para todo  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  (en  $(0, 0)$  calcularlas por definición).
- c) Analice si  $f$  es diferenciable en  $(0, 0)$ .

3. Dada  $f(x, y, z) = (y^2 - 2x, 3x^2 + y, e^z)$  y  $g(u, v) = (e^{\sin(v)} - u, \sin(v), u^2)$ , calcule la matriz derivada  $D(f \circ g)$  en  $(0, 0)$ , usando la regla de la cadena. Es posible realizar la composición  $g \circ f$ ? Justifique.

4. a) Halle y clasifique los puntos críticos de la función  $f(x, y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$ . Justifique.
- b) Usando el método de multiplicadores de Lagrange halle los puntos críticos de la función  $f(x, y) = 2x^2 + x + y^2 - 2$  sujeta a la restricción  $x^2 + y^2 = 1$ . Estudie los puntos críticos hallados evaluando el determinante del hessiano extendido.
- c) Halle los extremos de la función del ejercicio anterior  $f(x, y) = 2x^2 + x + y^2 - 2$  en la región  $x^2 + y^2 \leq 1$ . Justifique.