1) Sea B la región de $\mathbb{R}^3$ dada por

$$B = \{(x,y,z) \mid z^2 \geq x^2+y^2 \ , \ x^2+y^2+z^2 \leq 1 \ , \ z \geq 0\}$$

Graficar B.

Sea F el campo $F(x,y,z) = (0,0,z)$

Enunciar y verificar el teorema de la divergencia de Gauss.

2) Sea S la superficie en $\mathbb{R}^3$ dada por

$$S = \{(x,y,z) \mid z = x^2 - y^2 \ , \ x^2+y^2 \leq 1\}$$

Graficar S

Sea F el campo $F(x,y,z) = (-y,x,0)$

Enunciar y verificar el teorema de Stokes.

3) Sea S la superficie dada por

$$S = \{(x,y,z) \mid -1 \leq x \leq 1 \ , \ -1 \leq y \leq 1 \ , \ z = x^2\}$$

Sea f la función $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x,y,z) = z$. Calcular la integral de f a lo largo de S.

4) Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = xy$

y sea D la región del plano $\mathbb{R}^2$

$D = \{ (x,y) \mid 4x^2 - y^2 = 4 \}$

Hallar los máximos y mínimos absolutos de f en D.

5) Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $f(x,y,z) = (xy, yz)$

y sea $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $g(x,y) = e^{x^2+y^2}$

Calcular la matriz $D(g \circ f)(x,y,z)$ usando la regla de la cadena en su versión matricial.

6) Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x y^3 u v + y^2 u^3 v^5 = 2 \\ x^4 y^2 u + 2 x^3 u v^3 = 3 \end{cases}$$

decir si en el punto $(1,1,1,1)$ es posible despejar a x, y en función de u, v. En caso afirmativo calcular

$\dfrac{\partial x}{\partial u}(1,1)$.

7) Sea F el campo en $\mathbb{R}^3$

$F(x,y,z) = (2xy^3z^5, 3x^2y^2z^5, 5x^2y^3z^4)$

a) ¿Es F irrotacional?

b) ¿Es F conservativo?

c) Sea C la curva parametrizada por

$\alpha : [0,1] \to \mathbb{R}^3$

$\alpha(t) = (\cos(2\pi t), \operatorname{sen}(2\pi t), t)$

Calcular $\int_C F$

8) Sea S la superficie borde del cubo

$0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1.$

Sea F el campo en $\mathbb{R}^3$

$F(x,y,z) = (\cos(e^{xy}), \operatorname{sen}(z^2), x^2+y^2)$

Calcular $\iint_S \nabla \times F$