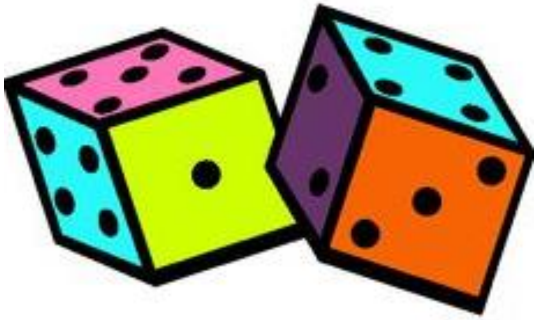
Unidad I

Probabilidad



Parte I

Mg. Silvina Pistonesi

Teoría de probabilidades

1654 - Intercambio de correspondencia entre los matemáticos *Blaise Pascal* y *Pierre de Fermat.*

1657 - *Se escribió el primer libro sobre probabilidades que trataba principalmente sobre problemas relacionados con los juegos de azar*

1812 - *Pierre de Laplace publicó Théorie analytique des probabilités, expone un análisis matemático sobre los juegos de azar, e indujo la primera definición explícita de probabilidad. Extendió la teoría de probabilidades a muchos problemas científicos y prácticos.*

1933 - *Kolmogorov da una definición axiomática de probabilidad matemáticamente rigurosa que al mismo tiempo permite su aplicación a un amplio espectro de fenómenos.*

En 1654, **Blaise Pascal** y **Pierre Fermat**, mantuvieron abundante correspondencia sobre dos problemas de apuestas planteados por un caballero llamado **Antoine Gombard (caballero de Merè),** filósofo y escritor, y un experto jugador. Las soluciones que ellos encontraron sentaron las bases del **cálculo de probabilidades** y de la **teoría de juegos.**

- **La apuesta interrumpida** debe decidirse como repartir el monto apostado por dos jugadores que debió interrumpirse antes de terminar y calcularse la probabilidad de ganar en caso de terminar el juego.

- **Apuestas ventajosas: consiste en:**

1) lanzar un dado cuatro veces consecutivas y apostar que saldría **por lo menos un seis**; si el seis no saliese, entonces el oponente ganaría el juego.

2) propone lanzar dos dados 24 veces y apostar que **la pareja de seis aparecería por lo menos una vez**.

LA APUESTA INTERRUMPIDA
(problema planteado por caballero de Meré)

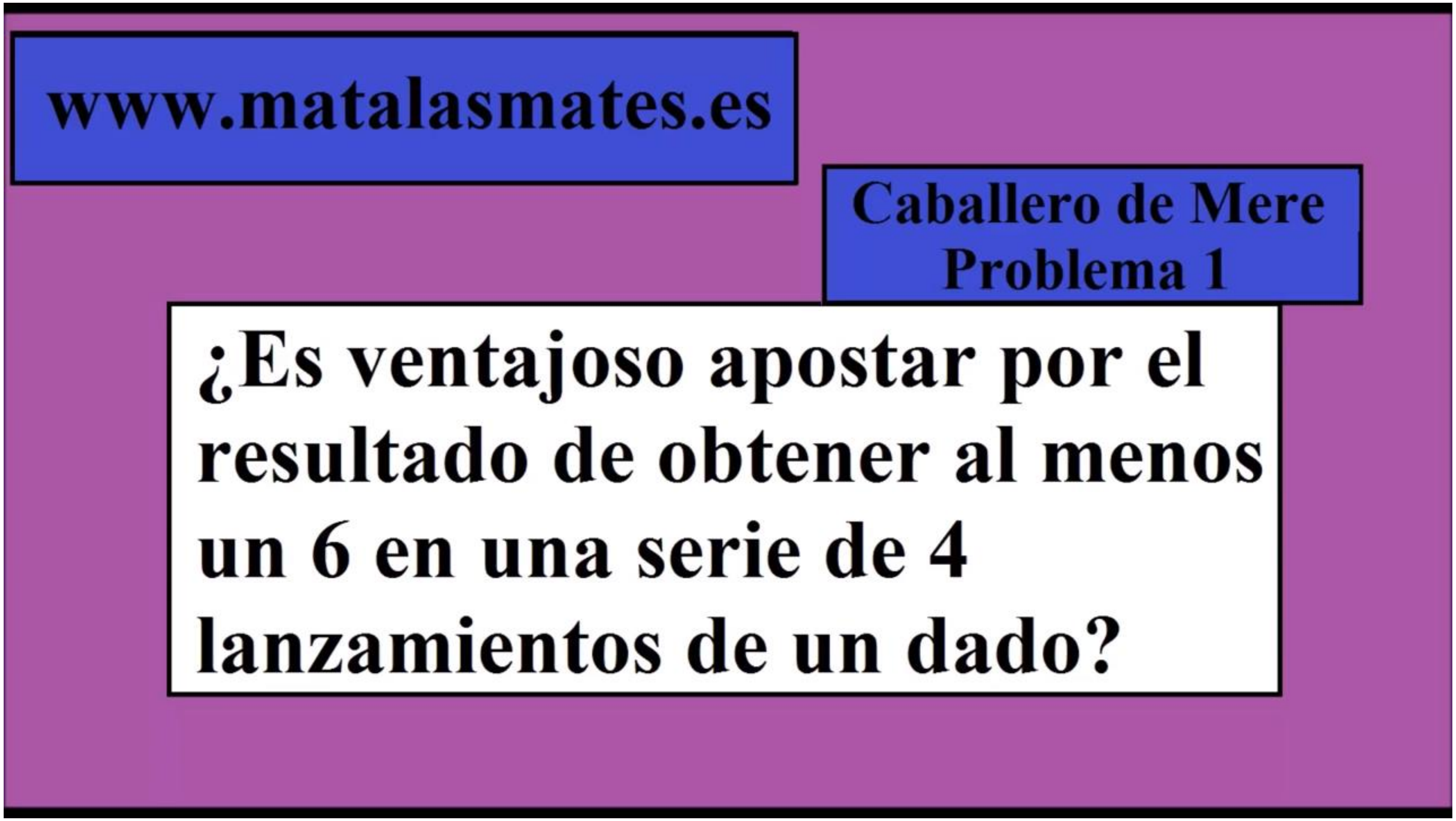
El Caballero de Méré fue un filósofo y escritor, aficionado a las matemáticas que vivió durante el reinado de Luis XIV.

Dos personas **A** y **B** se encuentran jugando con una moneda. **A** y **B** deben cada uno escoger entre cara o cruz, tirando la moneda al aire, y apuestan **32** pesos cada uno a que la suya será la primera en salir **3 veces**. Es decir, gana el primero en obtener tres caras o tres cruces.

En un momento determinado, la partida debe interrumpirse. Si en ese instante lo que escogió **A** ha salido **2** veces, mientras lo que eligió **B** salió sólo **una**, **¿cómo debería repartirse la apuesta?**

Apuestas ventajosas:

1) lanzar un dado cuatro veces consecutivas y apostar que saldría **por lo menos un seis**; si el seis no saliese, entonces el oponente ganaría el juego.



▪ Apuestas ventajosas:

2) propone lanzar dos dados 24 veces y apostar que **la pareja de seis aparecería por lo menos una vez**.

https://www.youtube.com/watch?v=9ybaQBzwklw

Algunas aplicaciones de la Teoría de Probabilidades

- Esperanza de vida

Es una medida del promedio de años que se espera que viva una persona.
Se basa en el cálculo de la probabilidad de que una persona nacida en un determinado año muera a una edad concreta, teniendo en cuenta los factores demográficos.

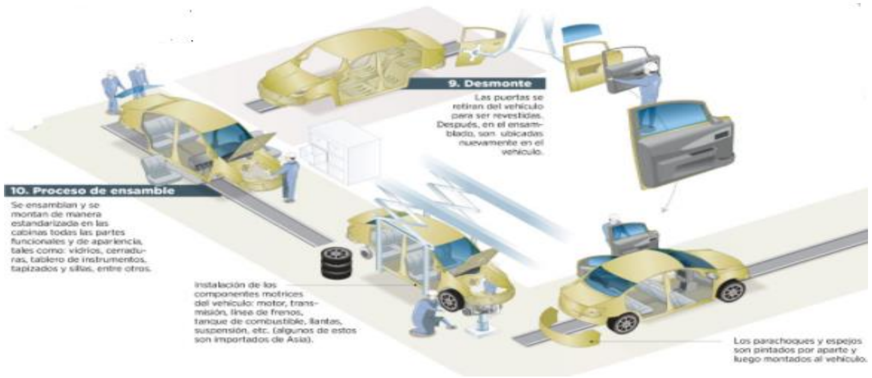
Algunas aplicaciones de la Teoría de Probabilidades

En la actualidad vemos que la **teoría de probabilidad** ocupa un lugar muy importante en muchos **asuntos de negocios**. Por ejemplo, las **pólizas de seguros de vida**, **seguros médicos**, como así también de **seguros de automóviles,** entre otros.

Las compañías de seguros de autos analizan la edad y el historial del cliente en el momento de decidir el tipo de prima que va a aplicar. Si ha tenido varios accidentes lo más probable es que pueda tener otro por lo que su prima será más alta.

Algunas aplicaciones de la Teoría de Probabilidades

La probabilidad también juega un papel relevante en la estimación de **unidades defectuosas en un proceso de fabricación**, probabilidades de ventas de un **nuevo producto**.



Incluso, se utiliza la teoría de probabilidad en **apuestas** de eventos deportivos, etc.

Algunas aplicaciones de la Teoría de Probabilidades

- Meteorología

Las predicciones que realizan los meteorólogos respecto del clima que se tendrá en los próximos días, se efectúan en base a los patrones de lo que ha ocurrido en años anteriores y se expresa en términos de probabilidad: "la probabilidad de que llueva es del 0.90"

- Decisiones médicas

Si un paciente necesita que le realicen una cirugía, querrá saber cuál es la probabilidad de éxito para decidir si se opera o no.

Si tiene que iniciar un tratamiento, sería deseable conocer la probabilidad de éxito en base a los resultados obtenidos previamente en otros pacientes.

Teoría de Probabilidades: Conceptos Básicos

Experimento es toda acción que se realiza con el fin de observar el resultado.

Existen dos tipos de experimentos:

- **Determinísticos:** Son aquellos que repetidos en las mismas condiciones dan el mismo resultado, por lo tanto, son predecibles.

- **Aleatorios:** Son aquellos que si se repiten bajo las mismas condiciones dan resultados distintos. Todos los resultados posibles se conocen de antemano. Pero se desconoce cual de ellos se va a dar. Los resultados dependen del azar.

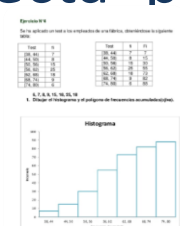
Ejemplos de Experimentos Determinísticos:

- Calentar agua a 100°C se produce la evaporación (alcanza el punto de ebullición).

- Si dejamos caer al interior de un pozo una piedra desde su boca, por muchas veces que repitamos el proceso, obtenemos el mismo resultado la piedra cae al fondo.

- Si se mezclan cloro y sodio el resultado obtenido siempre será la sal que consumimos.

- Un examen parcial con ninguna respuesta correcta produce siempre el mismo resultado: CERO



Ejemplos de Experimentos Aleatorios:

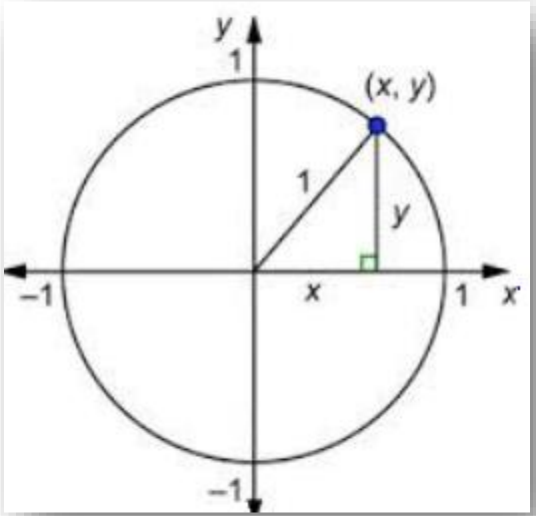
1. Se lanza una moneda tres veces y se anotan sus caras superiores.

2. Se tira un dado hasta obtener un cinco.

3. Se registra el número de archivos infectados por virus en tu PC por mes.

4. Se registra el tiempo que se tarda en ejecutar un programa (en seg).

6. Se elige al azar un punto en el círculo unitario centrado en (0, 0).



Los experimentos Aleatorios son de interés para la estadística.

Espacio Muestral es el conjunto de todos los resultados posibles de un Experimento Aleatorio. Se denota con la letra griega Ω (omega).

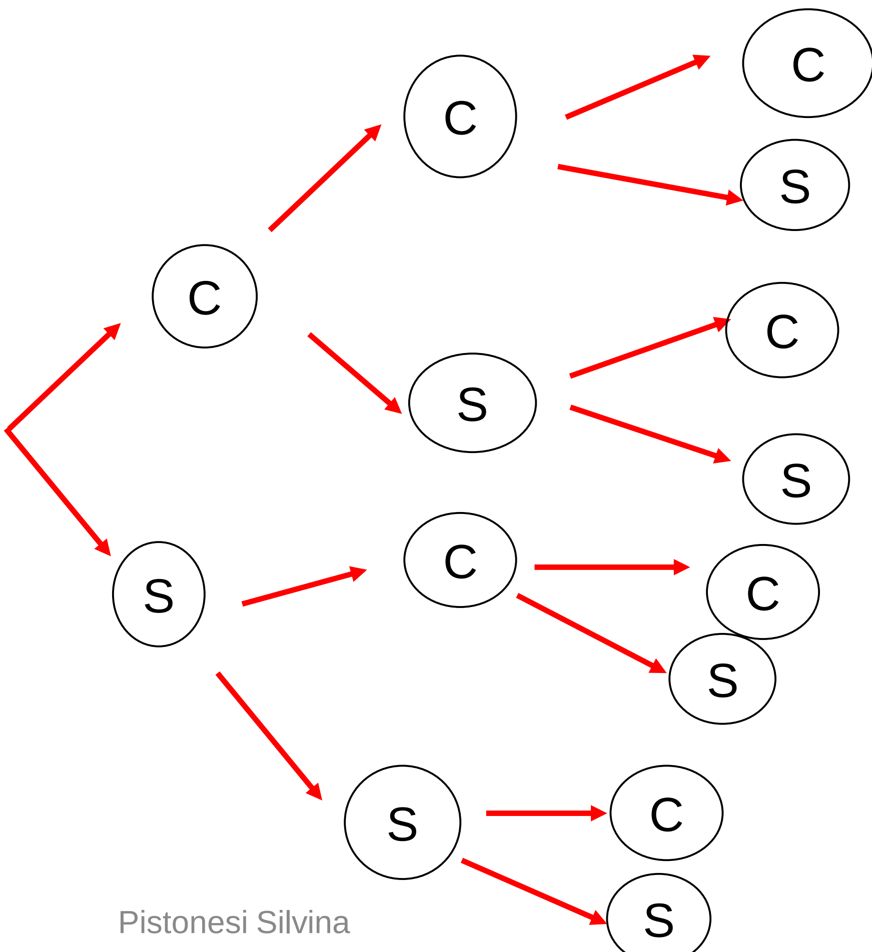
Según el número de elementos que contenga el espacio muestral se clasifica en:

- **Finito**
- **Infinito numerable (contable)**
- **Infinito no numerable**

El **espacio muestral** asociado a cada experimento aleatorio es el siguiente:

1. Se lanza una moneda tres veces y se anotan sus caras superiores.

C: sacar cara y S: sacar ceca



- Ω = {(c,c,c), (c,c,s), (c,s,c) ,(s,c,c) ,(s,s,s),(s,s,c) ,(s,c,s), (c,s,s)}. **Finito**.

Espacio muestral, notación conjunto

Espacio muestral, notación árbol

Espacios muestrales

El espacio muestral asociado a cada experimento aleatorio es el siguiente:

2. Se tira un dado hasta obtener un cinco (C).

C: sacar cinco y **C^c**: no sacar cinco

- $\Omega = \{ C, (C^c,C), (C^c,C^c,C), (C^c,C^c,C^c,C), \ldots \}$ **Infinito numerable.**

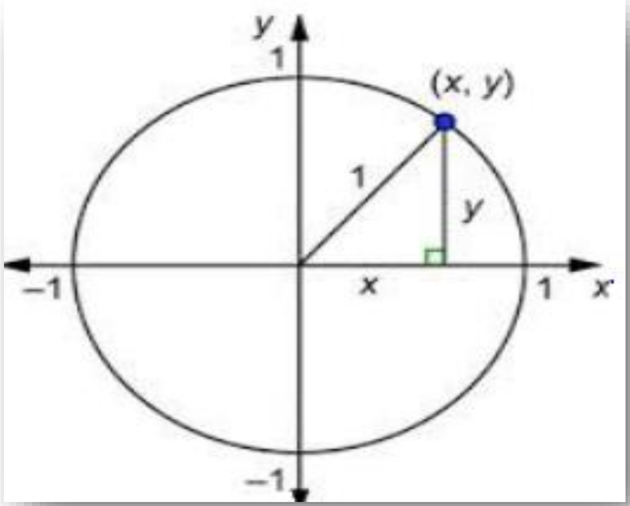
3. Se registra el número de archivos infectados por virus en tu PC por mes.

$\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$ **Infinito numerable**

4. Se registra el tiempo que se tarda en ejecutar un programa (en seg).

$\Omega = (0, t_0], t_0 > 0$ **ó** $\Omega = (0, \infty)$ **Infinito no numerable.**

5. Se elige al azar un punto en el círculo unitario centrado en (0, 0).



$\Omega = \{ (x, y) \in R^2, \quad x^2 + y^2 \leq 1 \}$.

Infinito no numerable.

Eventos: tipos

Suceso o evento es un subconjunto del espacio muestral Ω. Esto es, un evento es un conjunto de resultados de un experimento. Se denota: **A**, **B, C**, ...

Puede clasificarse en:

- **Evento elemental o simple: es un resultado básico de un experimento; no puede descomponerse en resultados más simples. Está formado por un único elemento del espacio muestral.**

- **Evento compuesto: es el suceso formado por más de un evento elemental.**

Ejemplos

- **Se lanza un dado al aire hasta obtener un cinco:**

$\Omega = \{ C, (C^c,C), (C^c,C^c,C), (C^c,C^c,C^c,C), \ldots\}$

Evento simple: A={ obtener un cinco en la tercer tirada} = $\{(C^c,C^c,C)\}$

Evento compuesto: B = {obtener un cinco en menos de tres tiradas}
= $\{C, (C^c,C)\}$

- **Se lanza una moneda tres veces al aire:**

Ω = {(c,c,c), (c,c,s), (c,s,c) ,(s,c,c) ,(s,s,s),(s,s,c) ,(s,c,s), (c,s,s)}.

Evento simple: A = { obtener tres caras} = {(c,c,c)}

Evento compuesto: B = {sale cara en la tercer tirada} = {(c,c,c), (c,s,c), (s,c,c) ,(s,s,c) }

Eventos: tipos

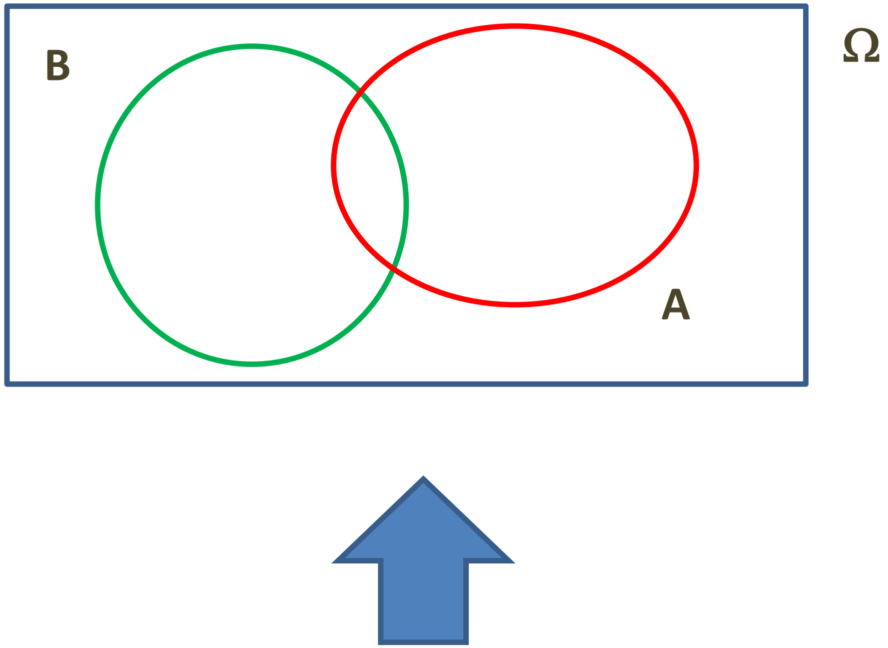
El espacio muestral Ω se denomina Evento Seguro. Ocurre siempre que se realiza el experimento.

Ejemplo: Si el Exp. consiste en tirar un dado al aire, seguro que uno obtiene un número entre 1 y 6.

Se denomina Evento imposible a aquel que nunca puede ocurrir. Se denota $\varnothing$.

Ejemplo: Si el Exp. consiste en tirar un dado al aire, el evento: **N** =“sacar un nueve” es un evento imposible.

Tanto el espacio muestral como los sucesos o eventos son conjuntos.



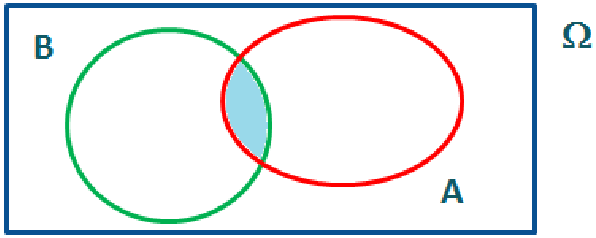
Representación Gráfica

diagramas de Venn

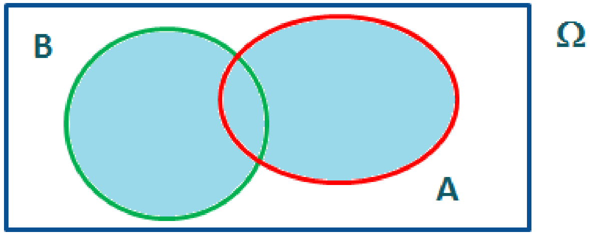
Operaciones entre eventos

Dado un experimento aleatorio **E**, **Ω** el espacio muestral asociado, y sean A y B dos eventos cualesquiera, se define:

- **Evento intersección:** al evento que ocurre cuando ocurren A y B simultáneamente, y se **denota** **A∩B.**

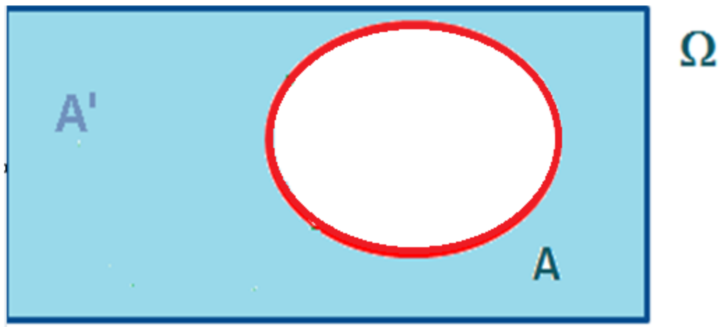


- **Evento unión:** al evento que ocurre cuando ocurre A o cuando ocurre B. Se **denota** **A∪B.**

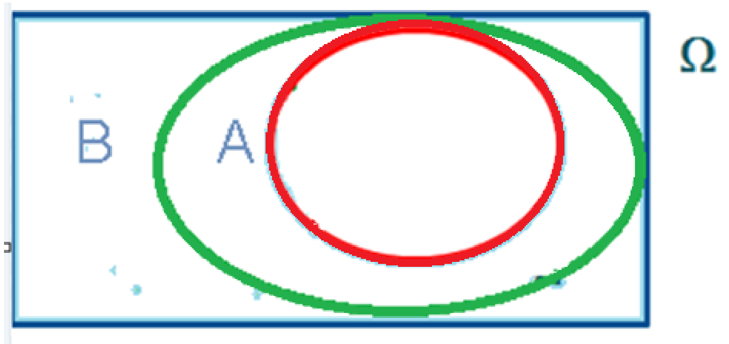


Operaciones entre eventos

- **Evento complemento:** al evento que ocurre cuando no ocurre A, y se **denota** $\bar{A}$ **ó** $\mathbf{A^c}$ ó A'. Es el evento formado por todos los elementos que no están en A. $\mathbf{A \cup A' = \Omega}$.

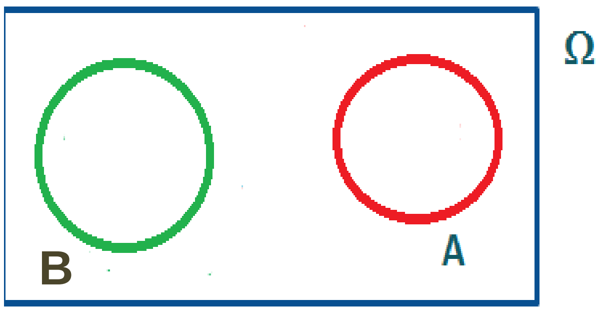


Un evento A se dice **incluido o contenido** en un evento B si cada vez que ocurre A, ocurre B. Todo elemento de A pertenece a B, se **denota** $\mathbf{A \subseteq B}$.

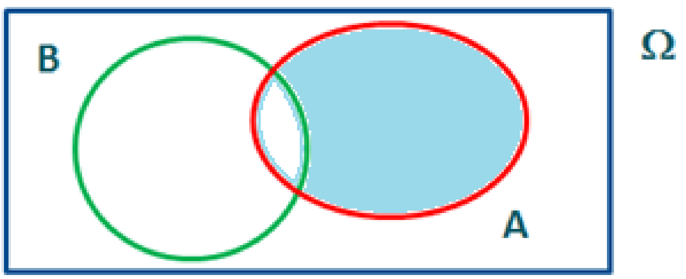


Operaciones entre eventos

Dos eventos A y B se dicen **eventos mutuamente excluyentes o disjuntos o incompatibles** si la ocurrencia de uno excluye la ocurrencia del otro. Es decir, si la intersección entre ellos es vacía. Se **denota** **$A \cap B = \varnothing$.**



Evento diferencia: la **diferencia** entre el evento A y el B es un evento constituido por los elementos de A pero no pertenecen a B. Es decir, evento que ocurre cuando ocurre A y no B. Se **denota** **$A - B$ ó $A \backslash B$.**



Ejemplo

Se lanza al aire un dado. Se definen los siguientes eventos asociados al correspondiente espacio muestral Ω:

El espacio muestral es $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$

A = "obtener par" → $A = \{ \quad \}$

B = "salga un número múltiplo de 3" → $B = \{ \quad \}$

D= "salga un número menor que 3" → $A = \{ \quad \}$

Calcular: $A \cup B$, $A \cap B$, B^c, $B \cap D$ y $A - B$

$A \cup B =$ **« números pares o múltiplos de 3»** → $A \cup B =$

$A \cap B =$ **« números pares que sean múltiplos de 3»** → $A \cap B =$

$B^c =$ **«números que no son múltiplos de 3»** → $B^c = .$

Ejemplo 1

Lanzamiento de un dado.

El espacio muestral es $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$

A = "obtener par"

B = "salga un número múltiplo de 3"

D = "salga un número menor que 3"

B∩D = «números menores que 3, que sean múltiplo de 3»

B∩D =

A - B= «números pares que no sean múltiplo de 3»

A - B =

Ejemplo 2

Sean los sucesos: F = {usuario de Facebook}, I = {usuario de Instagram} y X = {usuario de X}. Expresar mediante las operaciones de sucesos:

a) Ser usuario de las tres redes sociales.

b) Ser usuario de al menos una red social.

c) Ser usuario de X, pero no de Instagram ni de Facebook.

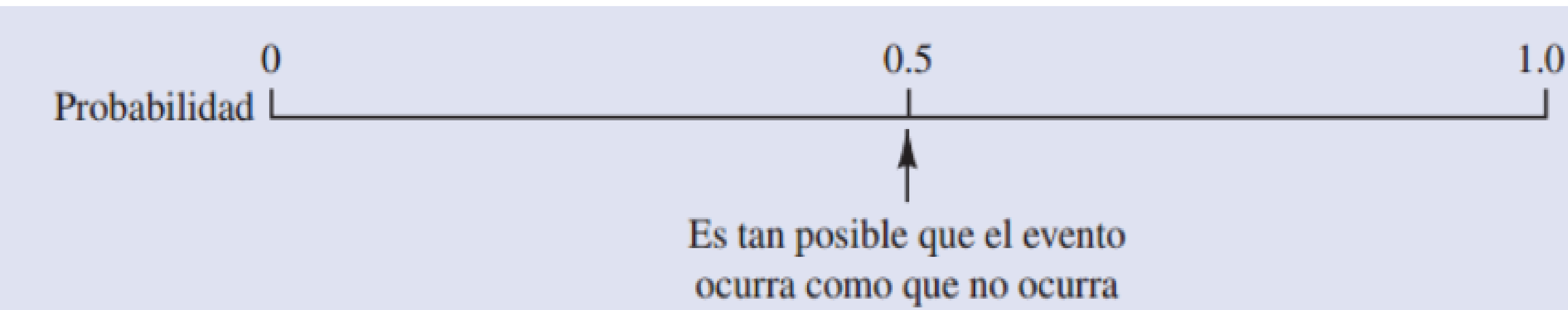
d) No ser usuario de ninguna de las tres redes sociales.

e) Ser usuario de sólo una red social.

Noción probabilidad

La **probabilidad** de un evento es una medida de la posibilidad de ocurrencia de ese evento.

Probabilidad → **Un número real entre 0 y 1.**



Cuanto mayor sea la posibilidad de que ocurra un evento, su probabilidad estará más próxima a **1**. La probabilidad de la certeza es **1**. La probabilidad de una imposibilidad es **0**.

$$\mathbf{0 \leq P(A) \leq 1,}\quad \textbf{A} \text{ es un evento cualquiera}$$

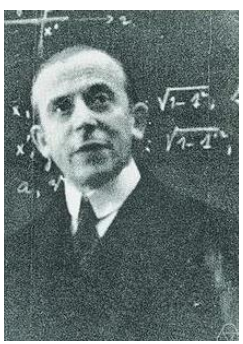
Cálculo de probabilidad

Calculo de Probabilidad

Noción frecuentísta o empírica

Noción clásica

Subjetiva



(Von Mises, 1919)

(Laplace, 1812)

Calculo de probabilidad

1. Noción empírica o frecuentísta o «a posteriori» de probabilidad

Se estima la probabilidad de un evento **A**, a través de la ***frecuencia relativa*** del evento **A**.

Si se repite ***n*** veces un experimento aleatorio en forma independiente y bajo las mismas condiciones, denotamos: f_A es el número de veces que ocurre el suceso **A** en las ***n*** repeticiones. La **frecuencia relativa del suceso A**, f_{rA}, se define:

$$f_{rA} = \frac{f_A}{n} = \frac{n°\,de\ veces\ que\ ocurre\ A}{n°\,de\ repeticiones\ del\ experimento}$$

Pistonesi Silvina

Noción empírica

La evidencia empírica muestra que cuando ***n*** crece indefinidamente, tiende $\mathbf{f_{rA}}$ a estabilizarse alrededor de un número que llamaremos **P(A)**, es decir ,

$$\lim_{n\to\infty} f_{rA} = \mathrm{P(A)}.$$

El postulado preciso de esto es la **Ley de los Grandes Números**, uno de los teoremas fundamentales de la probabilidad. Este establece que si realizamos **n** ejecuciones de un experimento aleatorio, la **frecuencia relativa de un evento** puede ser usada como una aproximación de la probabilidad de **A**. Esta aproximación es llamada la **probabilidad empírica de A**.

$$P(A) \cong f_{rA} = \frac{f_A}{n} = \frac{n°\, de\ veces\ que\ ocurre\ A}{n°\, de\ repeticiones\ del\ experimento}$$

Noción empírica

Se ha lanzado una moneda **200** veces. Y se observa el "número de caras" después de 20, 40, 60, ... 200 tiradas, se da en la tabla:

Pruebas	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
Nº de caras	11	18	31	42	48	59	72	83	92	101
Fr. relativa	**0.550**	**0.450**	**0.517**	**0.525**	**0.480**	**0.492**	**0.514**	**0.519**	**0.511**	**0.505**

Los valores de la frecuencia relativas obtenidas se aproximan a 0.5.

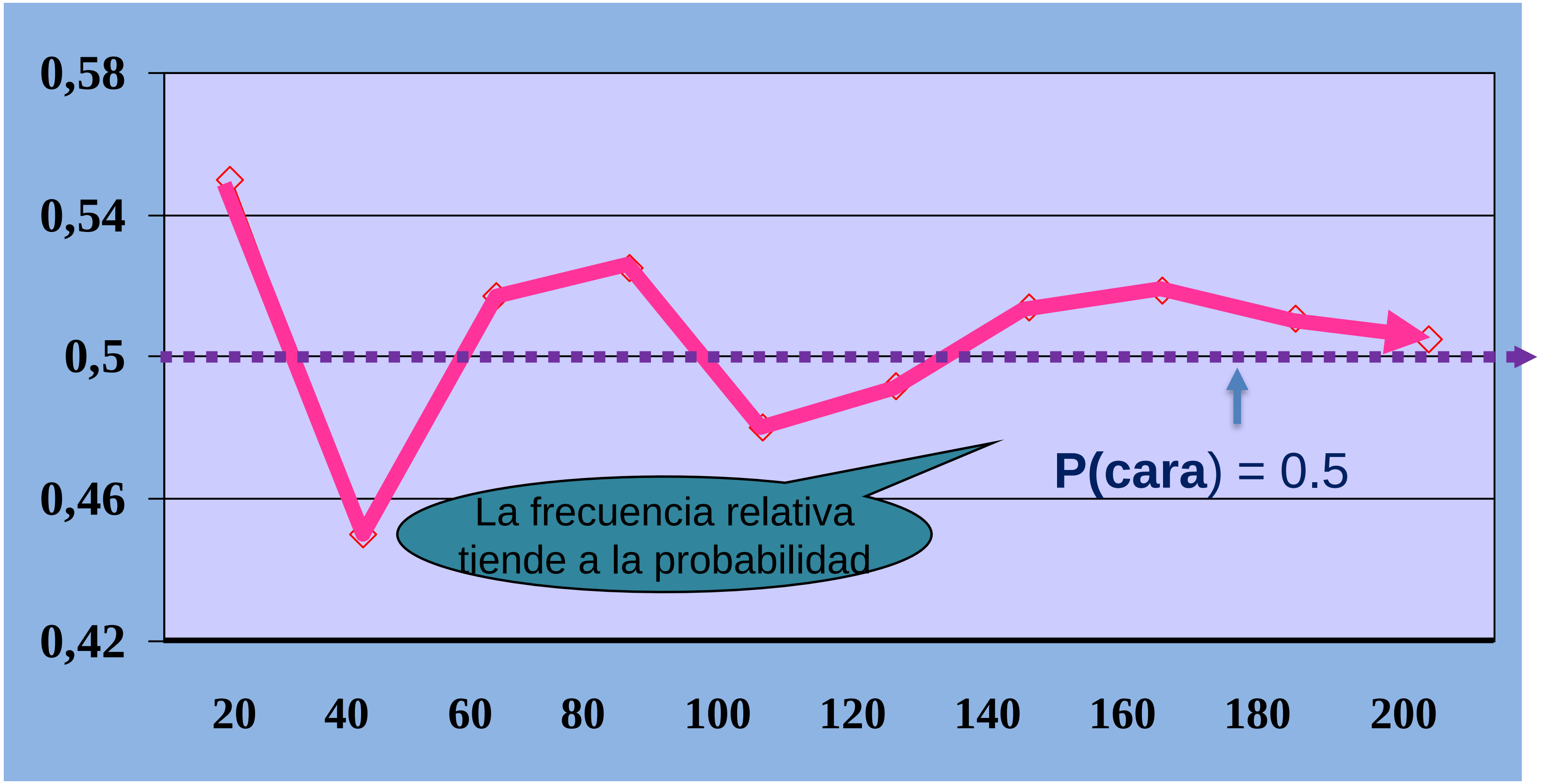
0.5

La **probabilidad** de obtener **cara** en un lanzamiento es **0.5**

La **frecuencia relativa** de un suceso tiende a aproximarse a su probabilidad cuando el número de pruebas crece indefinidamente.

Noción empírica

Trazando la poligonal de frecuencias relativas correspondiente al número de caras obtenidas al lanzar una moneda 20, 40, 60, … 200 veces, se observa:



Proposición:

Sea **A** un suceso cualquiera de un espacio de muestral **Ω**, entonces se cumplen las siguientes propiedades:

1. La frecuencia relativa de A es un número comprendido entre 0 y 1: $\mathbf{0 \leq fr_A \leq 1}$.

2. Si **A** = **Ω,** entonces la frecuencia relativa es 1: $\mathbf{fr_{\Omega} = 1}$.

3. Si **A** = Ø, entonces la frecuencia relativa es 0: $\mathbf{fr_{\emptyset} = 0}$.

4. Si **B** es **incompatible** con A, entonces la frecuencia relativa del suceso unión es la suma de las respectivas frecuencias relativas: Si $\mathbf{A \cap B = \emptyset} \Rightarrow \mathbf{fr_{A \cup B} = fr_A + fr_B}$.

Noción empírica o frecuentista de probabilidad

Ejemplo: Se desea estimar la probabilidad de llegar tarde al trabajo,

$$P(\text{Llegar tarde al trabajo}) \cong \frac{\text{N° de veces que llegué tarde}}{\text{N° total de llegadas consideradas}}$$

Se consideran al azar las últimas **120** llegadas al trabajo y se observó que en **10** de ellas se llegó tarde,

P(llegar tarde al trabajo) ≅ 10 / 120 = 0.083

La probabilidad de llegar tarde al trabajo es de aprox. 0.083.
El 8,3 % de las veces que concurro al trabajo, llego tarde.

Ejemplo

Un negocio minorista especializado en tecnología registró, durante los últimos 118 días, cuántas laptops se vendieron cada día. La información fue resumida en la siguiente tabla:

N° de computadoras vendidas	N° de días
0	12
1	20
2	43
3	18
4	25

Estimar la probabilidad de que el número de computadoras que se venderán hoy sea:

a. Ninguna **b.** a lo sumo una **c.** al menos tres

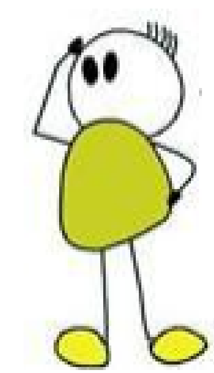
Determinar la *probabilidad aproximada* de que el N° de computadoras que se vendan hoy sean:

N° de computadoras vendidas	N° de días
0	12
1	20
2	43
3	18
4	25

a. Ninguna

Se define el evento **N =** « no vender ninguna hoy»

P(N) ≅



b. A lo sumo una

Se define el evento **U** =« vender a lo sumo 1 hoy»

P(D) ≅

c. Al menos tres

Se define el evento **T =** « se venden al menos 3 hoy»

P(T) ≅

Importante!!!!!!!

Cuando se usa la definición **frecuentísta** o «**a posteriori**», es importante tener en cuenta los siguientes aspectos:

- La **frecuencia relativa** obtenida es únicamente una **estimación** del **valor real de la probabilidad** de que se de el suceso.

- Cuanto mayor sea el número de veces que se repite el experimento, **mejor** será la estimación de la probabilidad, i.e., a mayor número de ensayos mejor será la estimación.

OJO!!! La validez de emplear esta definición depende de que las condiciones en que se realizó el experimento sean repetidas idénticamente.

Calculo de probabilidad

2. Noción clásica o «a priori» de probabilidad

Sea **E** un experimento aleatorio, tal que:

- su espacio muestral Ω está formado un número finito, ***n***, de resultados,
- cada uno de los resultados del experimento posee la misma posibilidad de ocurrir, i.e., son **equiprobables**.

La **probabilidad** de un **evento A** puede calcularse contando

$$P(A) = \frac{N^\circ \text{ de casos favorables}}{N^\circ \text{ de casos posibles}} = \frac{N^\circ \text{de resultados favorables al suceso A}}{N^\circ \text{de resultados posibles del experimento}}$$

Ejemplos

Experimento: Se selecciona al azar una carta del mazo de 52 cartas (baraja francesa, cartas de poker),

a) ¿cuál es la probabilidad de sacar una Q?

$$Q = \text{"la carta es una Q"}$$

$$P(Q) = \frac{N^{\circ} \text{ de casos favor}}{N^{\circ} \text{ de casos pos}} = \frac{\quad}{\quad} =$$

El 7,69 % de las veces que se elija al azar una carta del mazo, va a ser una Q.

b) ¿cuál es la probabilidad de sacar una carta de corazón?

$$C = \text{"la carta es de corazón"}$$

$$P(C) = \frac{N^{\circ} \text{ de casos favorables}}{N^{\circ} \text{ de casos posibles}} = \frac{\quad}{\quad} =$$

El 25 % de las veces que se elija al azar una carta del mazo, va a ser de corazones

Ejemplos

Experimento: Se lanza una vez un dado al aire, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número divisible por 3?

Recordar: *Un número entero* ***a*** *es* ***divisible*** *por otro entero* ***b*** *(no nulo) si existe un entero* ***c*** *tal que* ***a = b * c****. Es decir, el resto de la división es cero.*

El espacio muestral es $\boldsymbol{\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}}$

T = « número divisible por 3» = {3, 6}

$$P(T) = \frac{N^\circ \text{ de casos favorables}}{N^\circ \text{ de casos posibles}} = \frac{2}{6} = 0.\overset{\frown}{3}$$

Ejemplos:

1. Se desea formar números de 5 cifras con los dígitos 1,2,3,4 y 5.

a) Si no se pueden repetir dígitos, ¿cuántos números pueden formarse?

b) Si no se pueden repetir dígitos, encuentre el número total de números pares. Determinar la probabilidad de este evento.

Ejemplos:

4. Se desea abrir una caja fuerte se requiere de la selección correcta de un conjunto de cuatro dígitos en sucesión. Los dígitos (1,…,9) se fijan presionando cada uno alternativamente.

a) Si no se pueden repetir dígitos, encuentre el número total de las posibles combinaciones.

b) Si no se pueden repetir dígitos, encuentre el número total de combinaciones que comienzan con el 2. Determinar la probabilidad de este evento.

Calculo de probabilidad

3. Noción subjetiva de probabilidad

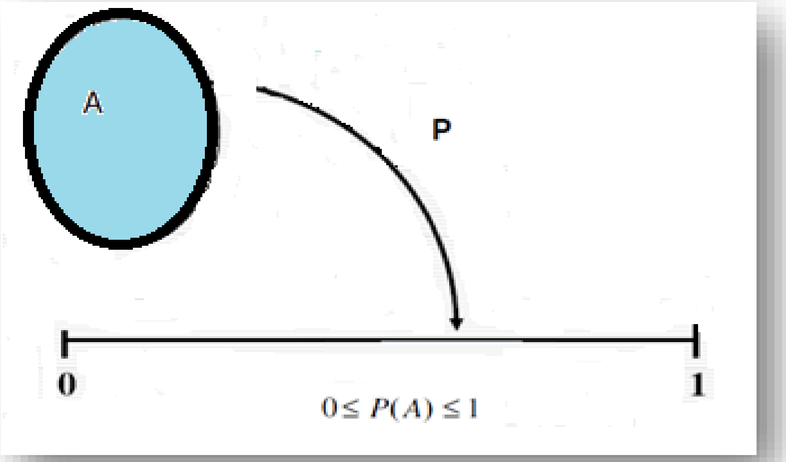
Cuando no se tienen datos para ningún tipo de cálculo, ni posibilidad de efectuar repetidamente el experimento, se recurre a un experto, quien de acuerdo a su buen saber y entender estimará la probabilidad de que ocurra ese evento.

Ejemplos:

- Calcular la probabilidad de que haya un violento temporal en Bahía Blanca.
- Calcular la probabilidad de que un club de fútbol salga campeón.
- Calcular la probabilidad de que haya una pandemia.
- Calcular la probabilidad de que el precio de las acciones de una compañía se incremente en dos años.
- Calcular la probabilidad de que haya vida en Marte.

Definición Axiomática de Probabilidad

Dado un experimento aleatorio **E** y **Ω,** su espacio muestral asociado, a cada evento **A** se le asociará un número real, que se notará **P(A)** y que se llamará **probabilidad del evento A**. Esta asignación debe satisfacer los siguientes axiomas:



A1) $P(A) \geq 0, \ \forall A \in \Omega$

A2) $P(\Omega) = 1$

A3) Para toda sucesión de eventos disjuntos $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n, \ldots$, ie, $A_i \cap A_j = \varnothing$, para todo $i \neq j$, se verifica que,

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

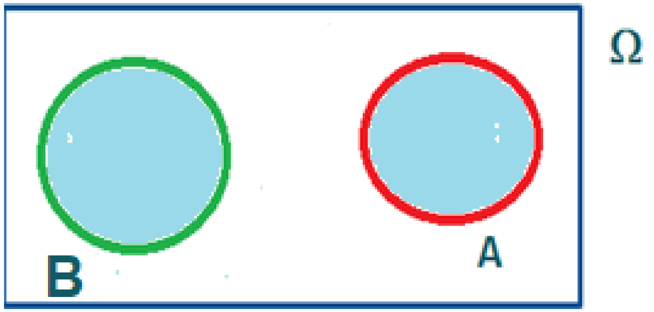
IMPORTANTE!!!!!!

Independientemente de que noción de probabilidad se utilice para el calculo, siempre se deberán cumplir los tres axiomas mencionados.

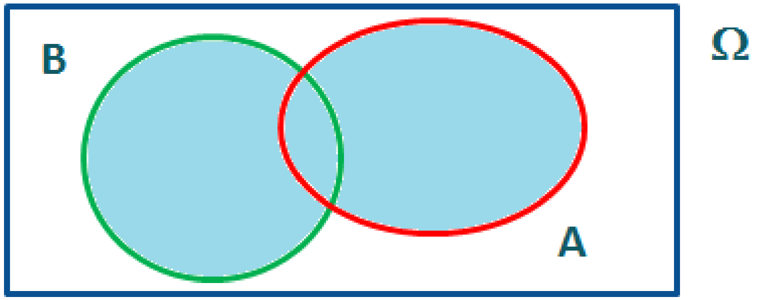
Propiedades de la Probabilidad
(se desprenden de los axiomas)

1) **$P(\varnothing) = 0$.**

2) **$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$** , si $A \cap B = \varnothing$.

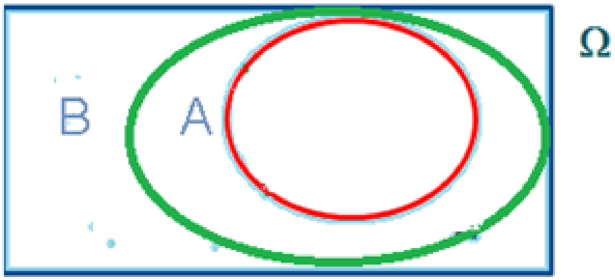


3) Dados los eventos A y B, **$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.**

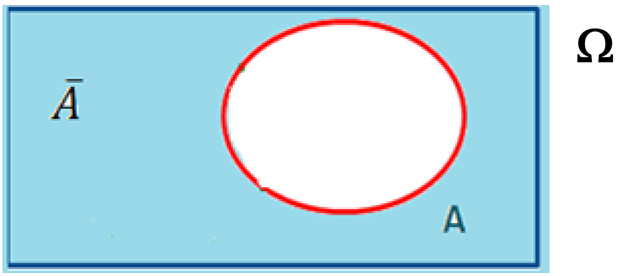


Propiedades de la Probabilidad

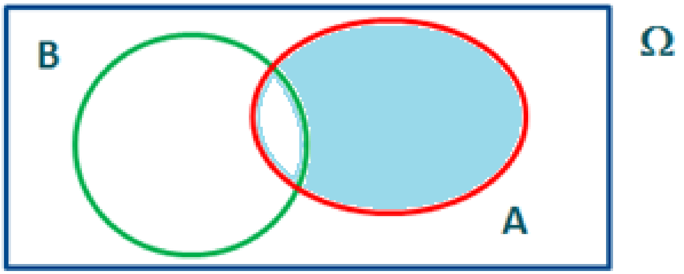
4) Si **A** $\subseteq$ **B** entonces **P(A)** $\leq$ **P(B).**



5) $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$, para todo suceso A.



6) $P(A - B) = P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)$.



Ejemplo 1:

Una docente de la carrera de Ing. En sistemas de información realizó una encuesta a 100 estudiantes de segundo año, con el objetivo de conocer su lenguaje de programación favorito y su nivel de experiencia en programación. Los resultados obtenidos se organizaron en la siguiente tabla de doble entrada:

Lenguaje Favorito	Experiencia		
	Baja	Alta	Total
Python	25	15	40
JavaScrip	20	10	30
C++	15	15	30
Total	60	40	100

Si se selecciona **un estudiante al azar**, ¿Cuál es la **probabilidad estimada** de que:

1) el estudiante seleccionado prefiera Python?

2) el estudiante prefiera C++ y tenga una alta experiencia en programación?

3) el estudiante prefiera JavaScrip o tenga baja experiencia?

4) el estudiante seleccionado no tenga una alta experiencia?

Lenguaje Favorito	Experiencia		
	Baja	**Alta**	**Total**
Python	25	15	**40**
JavaScrip	20	10	**30**
C++	15	15	**30**
Total	**60**	**40**	**100**

Si se selecciona **un estudiante al azar**, ¿Cuál es la **probabilidad estimada** de que:

1) el estudiante seleccionado prefiera Python?

Se define el evento:

Y=« el estudiante prefiere a Python, como el lenguaje de programación»

Lenguaje Favorito	Experiencia		
	Baja	Alta	Total
Python	25	15	40
JavaScrip	20	10	30
C++	15	15	30
Total	60	40	100

Si se selecciona **un estudiante al azar**, ¿Cuál es la **probabilidad estimada** de que:

2) el estudiante seleccionado prefiera C++ y tenga una alta experiencia en programación?

Se definen los eventos:

A = « el estudiante tiene una alta experiencia en programación»

C = « el estudiante prefiere el lengaje C++»

Lenguaje Favorito	Experiencia		
	Baja	Alta	Total
Python	25	15	40
JavaScrip	20	10	30
C++	15	15	30
Total	60	40	100

Si se selecciona **un estudiante al azar**, ¿Cuál es la **probabilidad estimada** de que:

3) el estudiante prefiera JavaScrip o tenga baja experiencia?

Se definen los eventos:

B = « el estudiante tiene una baja experiencia en programación»

J = « el estudiante prefiere el lenguaje JavaScrip»

Lenguaje Favorito	Experiencia		
	Baja	Alta	Total
Python	25	15	40
JavaScrip	20	10	30
C++	15	15	30
Total	60	40	100

Si se selecciona **un estudiante al azar**, ¿Cuál es la **probabilidad estimada** de que:

4) el estudiante seleccionado no tenga una alta experiencia?

Ejemplo 2:

Un nuevo virus informático puede entrar en el sistema a través de correo electrónico o a través de Internet. El 30% de las veces este virus entra a través del correo electrónico. El 40% de las veces su recepción es a través de Internet. Además, el virus entra en el sistema a través del correo electrónico o de Internet con una probabilidad de 0.55.

Hallar:

a) la probabilidad de que el virus ingrese al sistema de por ambas vías.

Ejemplo 2:

b) la probabilidad de que el virus ingrese al sistema solamente a través de internet.

c) no entre al sistema en absoluto.

Ejercicios

1. Durante el año anterior, las ventas semanales en Geeks Computación han sido“ bajas” durante 16 semanas, “considerables“ durante 27 semanas y “altas “ el resto de las semanas. Determinar la probabilidad estimada de que esta semana las ventas sean:

a. Considerables.

b. Bajas.

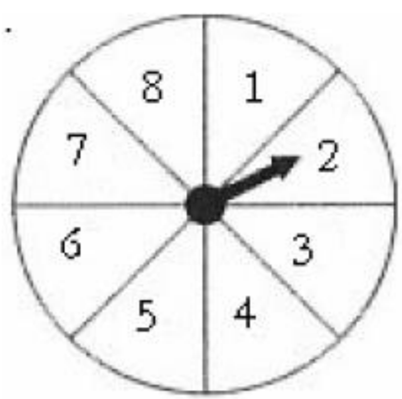
c. Altas.

d. por lo menos considerables.

2. Un experimento tiene dos únicos eventos mutuamente excluyentes A y B, donde A es 5 veces más probable que B. Determinar la P(A) y P(B).

3. Los dirigentes de un sindicato afirman que el 60% de los trabajadores de una fábrica pertenecen al sindicato. El 90 % de los trabajadores gana más de $100 por hora; y el 40 % pertenece al sindicato y gana más de $100 por hora. ¿Son creíbles estos porcentaje? Explicar.

4. Se hace girar la flecha de una ruleta una vez. Si la probabilidad de seleccionar alguna línea es despreciable, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número mayor que 4 ?



5. Juan y Luis están solicitando ser admitidos en una universidad. La probabilidad de que Juan sea admitido es 0.7 y la probabilidad de que Luis sea admitido es 0.6. La probabilidad de que ambos sean admitidos es 0.45.

a. ¿Cuál es la probabilidad de que solamente Juan sea admitido?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de ellos sea admitido?

c. ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno de los dos sea admitido?