Apellido y Nombre: Tema 1

Legajo N°: N° de Orden: __________

Cálculo II - Cálculo IIA - Primer Parcial - 25/09/2024

Resolver los ejercicios en hojas separadas. Indicar apellido, nombre y n° de orden en todas las hojas. Firmar la última.

1. Dadas las rectas $L = \begin{cases} x = 1 - 3\lambda \\ y = \lambda \\ z = 2 - \lambda \end{cases}$ y $\overrightarrow{R}(t) = (1 + t, -t, t - 3)$:

   a) Hallar un vector $\overrightarrow{u}$, perpendicular a L y R simultáneamente, tal que $\|\overrightarrow{u}\| = 2$.

   b) Hallar, si existe, el punto de intersección entre las rectas.

   c) ¿Son coplanares las rectas? En caso afirmativo, hallar el plano que las contiene.

---

2. *a*) Determinar y graficar el dominio de la función $h(x, y) = \dfrac{ln(y - x)}{\sqrt{9 - x^2 - y^2}}$.

   b) Para la función $f(x, y) = \sqrt{x^2 + \dfrac{9y^2}{4}}$, se pide:

   (i) Hallar y graficar la curva de nivel $c = 3$ de f. Repetir la consigna con $c = 0$. ¿Puede elegirse $c = -3$?

   (ii) Indicar y graficar las trazas verticales para $x = 0$ e $y = 0$.

   (iii) Graficar la función $z = f(x, y)$. Clasificar la superficie.

---

3. Sea $g(x, y) = \begin{cases} \dfrac{5xy}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.

   a) Determinar si g es continua en $(0, 0)$. ¿Es g diferenciable en dicho punto?

   b) Hallar la derivada direccional de g en el punto $(\sqrt{2}, 0)$ en la dirección de $\overrightarrow{v} = (1, 1)$.

   c) Calcular la derivada direccional máxima de g en el punto $(\sqrt{2}, 0)$.

---

4. Considerar la función $F(x, y) = 2x^2 + y^2 - y$ y la región $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$.

   a) Obtener, si existen, los puntos críticos de F y clasificarlos.

   b) Obtener los puntos críticos de F restringida a la frontera de D.

   c) ¿Puede asegurarse que F alcanza un valor máximo absoluto y un valor mínimo absoluto en algunos puntos en D? En caso afirmativo, indicar el máximo y el mínimo absoluto. Justificar.

Cantidad de hojas entregadas: Nota: __________