

APELLIDO Y NOMBRE:	NÚM. ORDEN:
---------------------------	--------------------

HACER LOS EJERCICIOS EN HOJAS SEPARADAS E INDICAR EN LA GRILLA CUÁNTAS HOJAS SE ENTREGARON DE CADA UNO. INDICAR NOMBRE Y NÚMERO DE ORDEN EN CADA UNA DE LAS HOJAS. FIRMAR LA ÚLTIMA HOJA, DONDE TERMINA EL DESARROLLO DEL EXAMEN.

1. Resolver:

$$a) 2 - 3^{-x} + 3^{x+1} = 0 \qquad b) |x + 2| - |2x - 3| < 2 \qquad c) \operatorname{sen} \left(2x - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{1}{2}$$

2. Dada $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{\log(3x - 2)}$.

- a) Determinar el dominio D de f .
- b) Analizar si D es un conjunto acotado, si tiene supremo, máximo, ínfimo y/o mínimo.
- c) ¿Puede determinar la paridad de f **sin realizar cálculos adicionales?** Justificar.

3. Demostrar las siguientes identidades:

$$a) 1 + \cos(t)\cot g(t) = \frac{\cos(t) + tg(t)}{tg(t)} \qquad b) Ch^2(x) + Sh^2(x) = Ch(2x)$$

4. Dada la función $f(x) = | \log_{\frac{1}{2}}(x - 1) + 2 | - 1$

- a) Hallar el dominio de f y sus puntos de intersección con los ejes coordenados.
- b) Graficar la función utilizando corrimientos y reflexiones.
- c) Determinar si $f : Dom(f) \rightarrow \mathbb{R}$ es sobreyectiva y/o inyectiva, justificando la respuesta.
- d) Calcular f^{-1} donde sea posible (si es necesario, considerar una función f^* restringida para calcular la inversa). Indicar dominio e imagen de f^{-1} . Graficar f^{-1} .

5. a) Calcular los siguientes límites, sin utilizar la regla de L'Hopital:

$$1) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 + 5} - 3x} \qquad 2) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{|-x + 3| - 2}{x^3 - 125} \qquad 3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^{-\frac{1}{(x-3)^2} + 5}}{\ln|x - 3|}$$

b) Determinar, en caso de existir, las ecuaciones de las asíntotas de $f(x) = \frac{\operatorname{sen}(3x)}{x^2 - x}$.

Optativos: Cada ejercicio optativo tiene un valor total de 5 puntos sobre 100.

a) Probar por definición que $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 + 3) = -\infty$

b) Demostrar que $\operatorname{ArgSinh}(x) = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + 1} \right)$

Ejercicio	1	2	3	4	5	OPT
Hojas						