Ejercicio 1 - Meta-propiedades de Teorías Formales

Sea T la teoría formal basada en el **lenguaje** (fbfs) de la Lógica Proposicional (L), que cuenta con el axioma ¬¬A → ¬¬A y las siguientes reglas de inferencia:

$$R_1 = \frac{X \to Y}{X} \qquad R_2 = \frac{\neg\neg X}{X}$$

Determinar si T es *sensata*, *completa*, *consistente* y/o *decidible*, justificando apropiadamente cada respuesta suministrada.

-Sensatez:

A	¬¬A	¬¬A -> ¬¬A
V	V	V
F	F	V

El axioma es una tautología

X	Y	X -> Y	(X -> Y) -> X
V	V	V	V
F	V	V	F
V	F	F	V
F	F	V	F

La regla de inferencia R1 no preserva la verdad
Por lo tanto no es sensata.

-Consistencia: Para toda fbf demostrable, no lo es su negacion.
Supongamos por regla axioma tenemos:
1-¬¬a -> ¬¬a (donde A es ¬¬a, por axioma) 1.1
2-¬¬¬a -> ¬¬¬a (donde A es ¬¬¬a, por axioma)
3-¬¬a (por R1 y 1)
4-¬¬¬a (por R1 y 2)
5-a (por R2 y 3)
6-¬a (por R2 y 4)

Pudimos obtener a y ¬a por lo tanto la fbf no es consistente.

-Completitud: La teoría demuestra todas formulas logicamente validas, por lo tanto es completa
Deducibilidad: Hay que determinar si esta formula es demostrable o no en la teoria.

```
esTeorema(fbf)
    si F es instancia de axioma
        Devuelvo true.
    Si F es instancia de X -> Y o ¬¬X
        Devuelvo esTeorema(X)
    sino devuelvo false.
```

Haciendo la recursion sobre una instancia menor de una porcion de la fbf podemos asegurarnos que la ejecucion del procedimiento terminara. Por lo tanto es decidible

Ejercicio 2 - Verdad en Cálculo de Predicados

Para cada inciso encontrar, en caso de ser posible, una fórmula bien formada (fbf) de P que satisfaga las propiedades requeridas:

a. Ser verdadera en una interpretación pero no lógicamente válida.
b. Ser verdadera en una interpretación y a la vez insatisfacible (o lógicamente falsa).
c. Ser insatisfacible y no cerrada (contiene al menos una variable libre).
d. Ser falsa en una interpretación y cerrada.

a) Si es posible:
   $p(X)$
   1er interpretación:
   Dominio = Naturales (Sin incluir el 0)
   $p(X)$ significa que x es positivo.
   Como estamos en los naturales $P(X)$ siempre dará verdadero.

   2da interpretación:
   Dominio = Enteros
   $p(X)$ significa que x es positivo
   $P(-5)$ es falso.
   $P(5)$ verdadero.

   Por lo tanto en la primer interpretación $P(X)$ será siempre verdadero , pero $P(X)$ no será lógicamente válida, esto se puede ver, en la segunda interpretación tomada ya que a veces $p(X)$ será verdadero y otras falsas.

b) Es imposible ya que para que sea insatisfacible $\neg A$ tiene que ser logicamente valida, y si una instancia de A es verdadero $\neg A$ nunca sera logicamente valida.

c) Si es posible $\neg(p(X) \rightarrow p(X))$ si aplicamos equivalencias esto dara $p(X) \wedge \neg p(X)$

d) Si es posible:
   $(\forall X)p(X)$
   Interpretación:
   Dominio = naturales(Sin contar el 0).
   $p(X)$ significa X es negativo
   Esta siempre será falsa ya que estamos en el dominio de los naturales y es cerrada ya que no hay variables libres)

Ejercicio 3 - Computación en Cálculo de Predicados

Demostrar la validez de la siguiente fbf empleando **refutación por resolución**:

$$((\forall X)p(X) \lor (\forall X)q(X)) \rightarrow (\forall X)(p(X) \lor q(X))$$

$\neg[((\forall X)p(X) \lor (\forall X)q(X)) \rightarrow (\forall X)(p(X) \lor q(X))]$ (Negamos fbf)

$\neg[\neg((\forall X)p(X) \lor (\forall X)q(X)) \lor (\forall X)(p(X) \lor q(X))]$ (Resuelvo equivalencias)

$\neg[\neg((\forall X1)p(X1) \lor (\forall X2)q(X2)) \lor (\forall X3)(p(X3) \lor q(X3))]$ (Renombro variables)

$((\forall X1)p(X1) \lor (\forall X2)q(X2)) \land \neg(\forall X3)(p(X3) \lor q(X3))$ (Paso la negacion hacia adentro)

$((\forall X1)p(X1) \lor (\forall X2)q(X2)) \land (\exists X3)(\neg p(X3) \land \neg q(X3))$ (Paso la negacion hacia adentro)

$(\forall X1)(\forall X2)(\exists X3)(p(X1) \lor q(X2)) \land (\neg p(X3) \land \neg q(X3))$(Muevo a la izq los cuantificadores)

$(\forall X1)(\forall X2)(\exists X3)(p(X1) \lor q(X2)) \land (\neg p(sk1(X1,X2)) \land \neg q(sk1(X1,X2))$ (Skolem sobre X3)

Refutacion:

1-$p(X1) \lor q(X2)$

2-$\neg p(sk1(X1,X2))$

3-$\neg q(sk1(X1,X2))$

4-$p(A) \lor q(Z)$	renombro en 1 {[A/X1], [Z/X2]}
5-$q(Z)$	[2 y 4 , [sk1(X1,X2)/A]]
6-bottom	[3 y 5 , [sk1(X1/X2)/Z]]

4-a) [redacted]

1 inserte_ord([0,2],[1,3,4],RTA)

{} 5.1

3. {[0/X1],[[2]/Xs1,[1/Ys1],
[[3,4]/Ys1, [[0/Zs1]/RTA]} 5.2

0<1, !, inserte_ord([2],[1,3,4],Zs1)

5.3

!, inserte_ord([2],[1,3,4],Zs1)

{}

inserte_([2],[1,3,4],Zs1)

3. {[2/X4],[[]/Xs4],[1/Y4],
[[3,4]/Ys4],[[2/Zs4]/Zs1]}

2<1, !, inserte_ord([],[1,3,4],Zs4)

FALLA

4. {[2/X4],[[]/Xs4,[1/Y4] [[3,4]/Ys4],
[[1/Zs4]/Zs1
inserte_ord([2],[3,4],Zs4)

{}

3. {[2/Xs],[[]/Xs5],
[3/Y5],[[4]/Ys5]
[[2/Zs5]/Zs4]}

2<3, !, inserte_ord([],[3,4],Zs5)

!, inserte_ord([],[3,4],Zs5)

{}

inserte_ord([],[3,4],Zs5)

{[[3,4]/Ys8],[[3,4]/Zs5]}

!

{}

□ RTA =

R = [0|Zs1] = [0|[1|Zs4]] = [0|[1|[2|Zs5]]] = [0|[1|[2|[3,4]]]]
= [0,1,2,3,4]

[redacted]

4_ b) 1_ naf(X) :- X, !, fail
2_ naf(X).

1_ naf(1<2)

1_ [1<2/X1]

1<2, !, fail

| {}

!, fail

| {}

fail

FALLA

1_ naf(2<1)

1[2<1]/X1]

2<1, !, fail

FALLA

2_ [2<1/X1]

$\square$

Éxito

Índice de comentarios

1.1 A = a en tu primer caso y A = ¬A en el segundo. Fijate que ya el axioma agrega 2 negaciones al principio

2.1 Y esto? Como llegaste a esta conclusion?

2.2 Mal el procedimiento, acordate que en el caso de tus RI, te llega el consecuente solamente: En el caso de RI, te llega X, no X -> Y!

5.1 Obs: falta saber que regla cortaste por el cut. En este caso seria 4.

5.2 tuplas al revés

5.3 Obs: aca tambien va vacío