

a) Calcula la derivada de las siguientes funciones.

i) $y = 5\sqrt{x^3 + \sqrt{x}}$ ii) $y = (\cos(2x))^{x^3}$

b) Escribe la ecuación de la recta tangente a $y = h(x) = 3^x - 2$ en $x = 0$. Dibuja la función y la recta tangente en un mismo gráfico.

c) Escribe la definición de $f'(x_0)$, y explica el significado geométrico de la existencia de éste valor.

2. a) Sea $f(x) = \frac{3^x}{x-1}$. i) Determina si existen asíntotas verticales y asíntotas horizontales. ii) Halla los puntos críticos y determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento. iii) Determina puntos de máximo y mínimos locales.

b) Responde si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica.

i) La función $f(x) = x^7 + x^5 + x - 1$ no posee extremos locales y sí posee puntos de inflexión. ✓

ii) La función $f(x) = \frac{x-5}{x^2-1}$ tiene extremos globales en el intervalo $[1, 2]$. ✗

3. a) Resuelve

i) $\int x \sin(2x) dx$ ii) $\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{1-x^3}} dx$ iv) $\int_1^{+\infty} e^{-x} dx$.

b) Calcula $\int_{1/2}^e \frac{\ln(x)}{x} dx$. Determina si éste valor da el área de la región encerrada por la curva $y = \frac{\ln(x)}{x}$ y el eje x para $x \in [1/2, e]$, justifica. En caso de que no lo determine, halla el valor correcto.

c) Explica y muestra en un gráfico el significado geométrico del teorema del valor medio del cálculo integral, para $f(x) \geq 0$, f continua en $[1, 2]$, donde para $c \in (1, 2)$ se verifica $\int_1^2 f(x) dx = (2-1)f(c)$.

d) Determina el volumen del sólido que se forma al girar la región encerrada por $y = \sqrt{x-2}$, el eje x y $x = 6$, i) alrededor del eje x , ii) alrededor del eje y .

e) Deduzca la ecuación cartesiana de la curva $r = 3 \cos(\theta)$, grafica. **Plantea:** en coordenadas polares la integral que permite determinar el área de la región encerrada por la curva.

4. a) Determina si la integral $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$ es convergente o divergente. ✓

b) Utiliza lo encontrado en a) para justificar la convergencia o divergencia de la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}$.

c) Determina si la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}$, condicionalmente convergente. ✗

5. a) Dada la serie $\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{s-3}{4}\right)^{i-1}$, s un número real. i) Identifica la serie. ii) Determina la expresión general para la sucesión de sumas parciales S_n . iii) Determina los valores de s para los cuales la serie es convergente. Ayuda en ii) identificar.

b) Si la n -ésima suma parcial de la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ es $S_n = \frac{3n-1}{n+2}$, determina a_1 , a_3 y la suma de la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$.

c) Si $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n = 3$. Determina $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ y $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$. Justifica.

d) Determina si las siguientes series son convergentes o divergentes. Justifica.

i) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(n)}{n^5}$ ✗ ii) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^5}{2^n}$ ✗ iii) $\sum_{n=1}^{+\infty} (1 + \frac{1}{n})^{5n}$ ✗