



Parcial 2

Física II - I (Universidad Nacional del Sur)



Escanea para abrir en Studocu

1er Parcial

Problema 1. Se tiene, sobre el eje z , una carga puntual $Q > 0$ a una distancia d del origen. A su vez, sobre el plano $\langle xy \rangle$ se ubica un semi-anillo como el de la figura de radio interno a y radio externo b con una densidad de carga $\sigma(\phi) = \sigma_0 \cos\phi$ con $\sigma_0 < 0$.

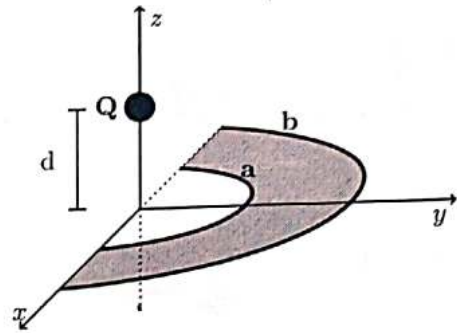
(a) Calcule la carga total del semi-anillo.

(b) Calcule el campo eléctrico generado por el sistema sobre el eje z .

(c) Realice un esquema del vector campo eléctrico en la posición $z = \frac{d}{2}$ y $z = \frac{3d}{2}$.

(d) Se reemplaza a la carga puntual por una varilla de carga uniforme $\lambda > 0$ y longitud L cuyo extremo inferior esta en el punto $z = d$ y su extremo superior en $z = d + L$. Calcule la fuerza que sentirá la misma debido al campo eléctrico del semi-anillo (Deje planteada la integral). Explique que movimiento tendrá ~~el sistema~~.

(e) Explique como haría para calcular el vector campo eléctrico generado por el semi-anillo sobre el eje z a partir del potencial eléctrico.



Problema 2. Se tiene un cilindro infinito de radio A con una densidad de carga $\rho(r) = \rho_0 \cdot r$ con $\rho_0 > 0$. El cilindro se encuentra rodeado por una capa cilíndrica de dieléctrico (K) de radio interior A y exterior B . Todo el sistema se encuentra dentro de un tubo metálico descargado de radio interior B y exterior C .

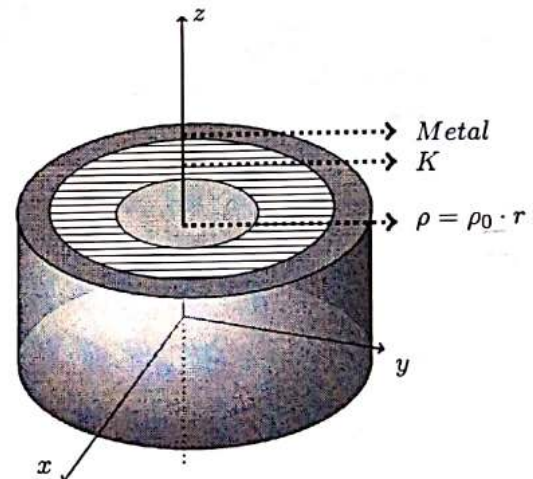
(a) Encuentre la carga neta por unidad de longitud del cilindro de radio A .

(b) Calcule el vector campo eléctrico para todo el espacio, justificando adecuadamente cada paso realizado. Grafique la intensidad del campo eléctrico para todo r .

(c) Calcule y grafique el potencial eléctrico como función de r . Tome como referencia para el potencial que $V(r = C) = 0$.

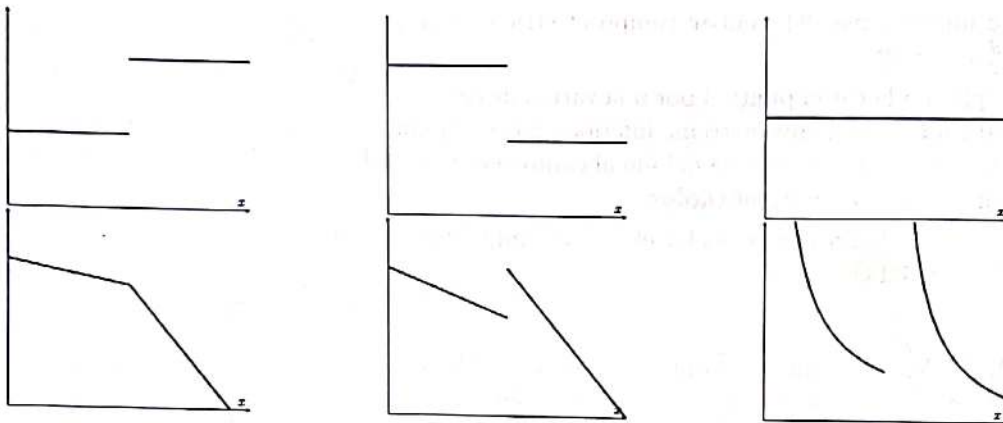
(d) Calcule las densidades de carga de polarización presentes en el problema.

(e) Calcule las densidades de carga en la superficie interna y externa del cascarón metálico.

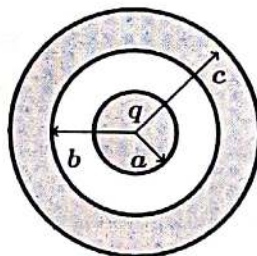


Para los siguientes problemas no es necesario realizar los cálculos para llegar a las expresiones de los campos, desplazamientos, polarizaciones. Las justificaciones se pretende que sean conceptuales.

A Desarrollar 1: Sean dos planos conductores infinitos paralelos perpendiculares al eje x , colocados en $x = 0$ y en $x = d$, donde el plano de la izquierda tiene una densidad de carga σ y el de la derecha una densidad de carga $-\sigma$, con $\sigma > 0$. En el espacio entre los planos, entre $x = 0$ y $x = d/2$ hay un dieléctrico de constante K_1 y entre $x = d/2$ y $x = d$ hay un dieléctrico de constante K_2 , con $K_1 > K_2$. Indique cuáles de los siguientes gráficos corresponden a la intensidad del Desplazamiento Eléctrico, el Campo Eléctrico, el Potencial y la Polarización del sistema. En cada caso justifique con sus palabras la elección.

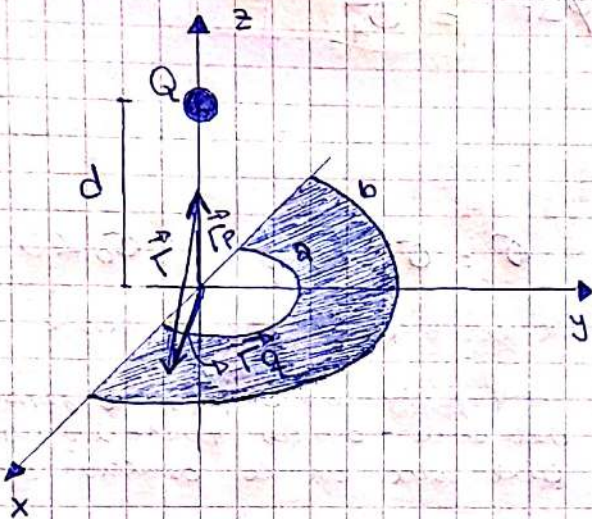


A Desarrollar 2: Se tiene una esfera de radio a con densidad de carga $\rho = \rho_0 \cos\phi$ con $\rho_0 > 0$. La misma se encuentra rodeada por una cascarón esférico conductor descargado de radio interno b y radio externo c . Realice un esquema de las líneas de campo eléctrico para $a < r$. Justifique con sus palabras el porque del esquema realizado.



1er Parcial Física II

Problema N° 1



$$\begin{cases}
 Q > 0 \\
 \sigma(\phi) = \sigma_0 \cos \phi ; \sigma_0 < 0 \\
 \text{Radio interno} = a \\
 \text{Radio externo} = b
 \end{cases}$$

2

$$dQ = \sigma r dr d\phi$$

$$Q = \sigma_0 \int_a^b \int_0^\pi r \cos \phi d\phi dr$$

$$Q = \sigma_0 \int_a^b r dr \left[\sin \phi \Big|_0^\pi \right] = 0$$

$Q = 0$

El semi-ovillo es nulo ✓

b

$\vec{r}_P = (0, 0, z)$; (dist del punto y cada $dq = \sigma(\phi) ds$)

Donde $\vec{r} = \vec{r}_P - \vec{r}_q = z\hat{k} - r\hat{e}_r = r\hat{e}_r - r\hat{e}_r + z\hat{k}$

$|\vec{r}| = \sqrt{z^2 + r^2}$ (cada diferencial de campo se puede expresar como)

Queda integrar componente $d\vec{E} = k_e \cdot dq \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3}$

NOTA componente $\vec{e}_r = \cos \phi \hat{i} + \sin \phi \hat{j}$

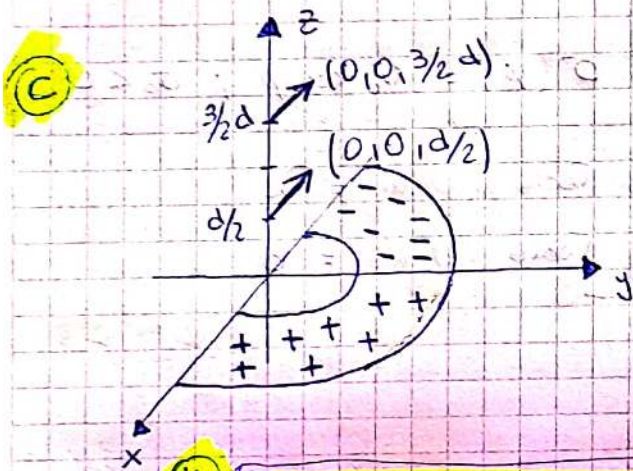
(El componente K_z del campo es cero)

$$E_z = K_e \int_0^b \int_0^\pi \frac{\sigma_0 \cos \phi \, z \, r'}{(\sqrt{z^2 + r'^2})^3} \, d\phi \, dr' = K_e \sigma_0 z \int_0^b \int_0^\pi \frac{r'}{(z^2 + r'^2)^{3/2}} \cos \phi \, d\phi \, dr' = -4)$$

$$E_x = K_e \sigma_0 \int_a^b \int_0^\pi \frac{r'(-r') \cos \phi^2}{(z^2 + r'^2)^{3/2}} \, d\phi \, dr' = K_e \sigma_0 \int_a^b \frac{-r'^2}{(z^2 + r'^2)^{3/2}} \frac{1}{2} \pi \, dr'$$

esto es

$$E_y = K_e \sigma_0 \int_a^b \int_0^\pi \frac{-r'^2 \cos \phi \sin \phi}{(z^2 + r'^2)^{3/2}} \, d\phi \, dr' = 0$$



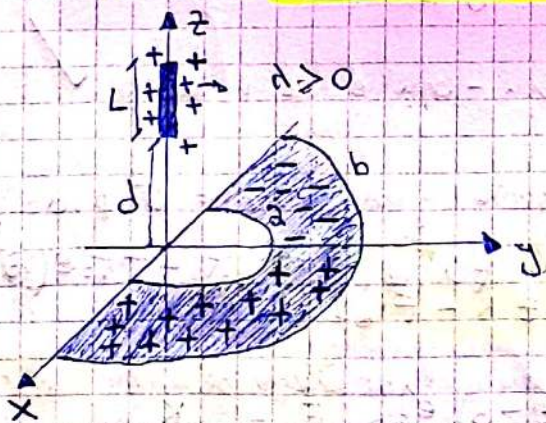
$$\sigma = \sigma_0 \cos \phi, \quad \sigma_0 < 0$$

El campo en el eje z tiene componente en \hat{i} , y por la sensibilidad del semi-anillo puede intuir que sera en la dirección de $(-\hat{i})$.

$$E = K_e \sigma_0 \left[\frac{b}{z \sqrt{\frac{b^2}{z^2} + 1}} - \ln \left(\sqrt{\frac{b^2}{z^2} + 1} + \frac{b}{z} \right) - \frac{a}{z \sqrt{\frac{a^2}{z^2} + 1}} + \ln \left(\sqrt{\frac{a^2}{z^2} + 1} + \frac{a}{z} \right) \right]$$

$$d\vec{F} = \vec{E} \, dq_A \rightarrow dq_A = d\sigma \, dz$$

$$\vec{F} = d\sigma \int_d^{d+L} \vec{E}_x(z) \, dz \, \hat{i} \quad (\vec{E}_x(z) \text{ se encuentra en } \otimes)$$

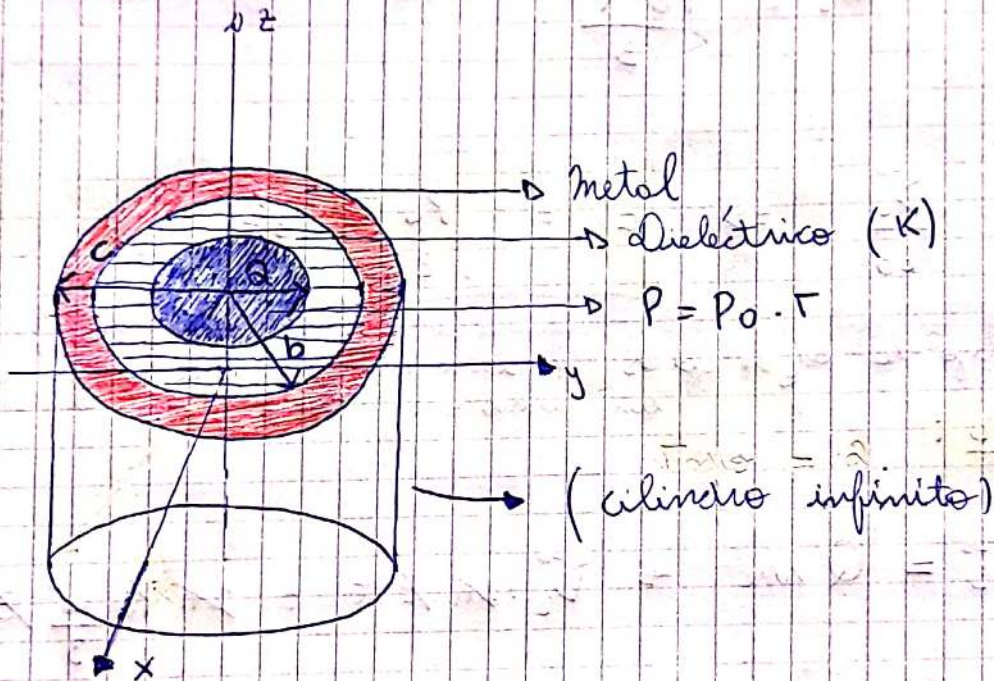


La varilla se va a mover en el eje z (-x) en sentido horario rotando hacia el lado de los cargas negativas del semi-anillo.

(c) Si yo conociera el potencial del campo sobre el eje (z) $\rightarrow V(0,0,z)$

$$\vec{E} = -\nabla V = -\left[\frac{\partial V}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{k} \right] \quad \left(\text{Esto solo me daría la expresión del campo en el eje } z \right).$$

Problema n° 2



(a)

$r < a$: $\rightarrow P(r) = P_0 r$, $P_0 > 0$.

$$Q = \int_0^{2\pi} \int_0^L \int_0^a P_0 r \cdot r \, dr \, dz \, d\phi$$

$$Q = 2\pi P_0 \frac{a^3}{3} \cdot L \quad \text{C/V.long.} \quad \rightarrow \quad \frac{Q}{L} = 2\pi P_0 \frac{a^3}{3} \frac{C}{V.long.}$$

(b)

$r < a$:

$$\oint \vec{D}_s \cdot d\vec{s} = Q \text{ libre}$$

NOTA

$$\int_0^{2\pi} \int_0^z D_1^{\rightarrow} r \, dz \, d\phi = 2\pi P_0 \frac{r^3}{3} z$$

$$2\pi z r D_1^{\rightarrow} = 2\pi P_0 \frac{r^3}{3} z$$

$$D_1^{\rightarrow} = \frac{P_0 r^2}{3}$$

$$E_1^{\rightarrow} = \frac{D_1^{\rightarrow}}{\epsilon_0} \Rightarrow E_1^{\rightarrow} = \frac{P_0 r^2}{3\epsilon_0} e_r^{\wedge}$$

(aquí utilizo la ley de Gauss, considero una superficie gaussiana, esea en cilindro de radio = r).

• $a < r < b$:

$$\oint D_2^{\rightarrow} d\vec{s} = Q \text{ libre} \Rightarrow D_2^{\rightarrow} \cdot 2\pi r z = 2\pi P_0 \frac{a^3}{3} z$$

$$D_2^{\rightarrow} = \frac{P_0 a^3}{3r} e_r^{\wedge}$$

$$E_2^{\rightarrow} = \frac{P_0 a^3}{3r\epsilon_0 K} e_r^{\wedge}$$

como es un dielectrico de $\epsilon = K$.

(aquí utilizo la ley de Gauss generalizada, ya que la ley de Gauss no nos garantiza nada para resolver el campo electrico en dielectricos)

• $b < r < c$:

$$E_3^{\rightarrow} = 0$$

por propiedad de los conductores. ✓

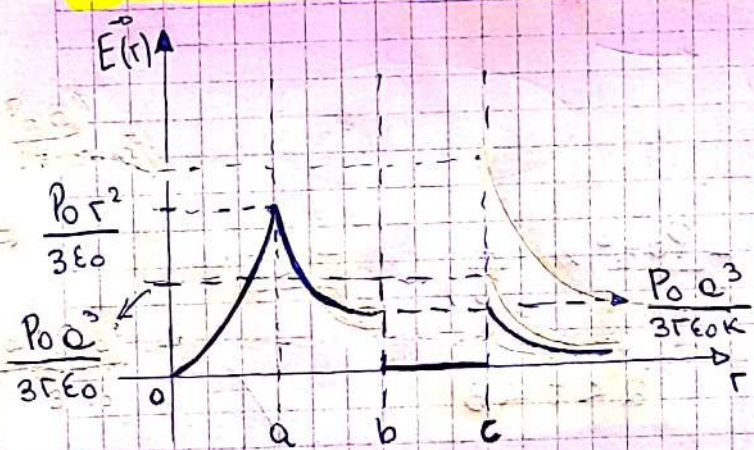
• $\underline{\Gamma > c}$

$$\oint \vec{D}_4 \cdot d\vec{S} = Q_{\text{libre}} \rightarrow D_4 \cdot 2\pi \cdot r \cdot \ell = 2\pi P_0 \frac{c^3}{3} \ell$$

$$D_4 = \frac{P_0 c^3}{3r}$$

$$\vec{E}_4 = \frac{P_0 c^3}{3r \epsilon_0} \hat{e}_r \quad \checkmark$$

• Gráfico de campo eléctrico dependiendo de r



©

• $\underline{\Gamma > c}$

$$V(c) = 0$$

$$\Delta V = V(r) - V(c) = 0$$

$$V(r) - V(c) = - \int_c^r E_4 \cdot dr \rightarrow V(r) = - \frac{P_0 A^3}{3 \epsilon_0} \ln\left(\frac{r}{c}\right) \quad \checkmark$$

• $\underline{b < r < c}$

$$V(b) = 0 \quad \checkmark$$

$V(r) = 0$ (esto es debido a que el potencial en un conductor es cte).

NOTA

• $a < r < b$:

$$V(r) - V(b) = - \int_b^r \frac{\rho_0 a^3}{3\epsilon_0 r^2} dr \Rightarrow$$

$$V(r) = \frac{-\rho_0 a^3}{3\epsilon_0 K} \ln\left(\frac{r}{b}\right)$$

En A $\Rightarrow V(A) = -\frac{\rho_0 a^3}{3\epsilon_0 K} \ln\left(\frac{A}{b}\right)$

• $r < a$:

$$V(r) - V(a) = - \int_a^r \frac{\rho_0 r^2}{3\epsilon_0} dr \Rightarrow$$

$$V(r) = \frac{-\rho_0 r^3}{9\epsilon_0} + \frac{\rho_0 a^3}{9\epsilon_0} - \frac{\rho_0 a^3}{3\epsilon_0 K} \ln\left(\frac{a}{b}\right)$$

La expresión quedará:

$$V(r) \begin{cases} \frac{-\rho_0 r^3}{9\epsilon_0} + \frac{\rho_0 a^3}{9\epsilon_0} - \frac{\rho_0 a^3}{3\epsilon_0 K} \ln\left(\frac{a}{b}\right) & r < a \\ \frac{-\rho_0 a^3}{3\epsilon_0 K} \ln\left(\frac{r}{b}\right) & a < r < b \\ 0 & b < r < c \\ \frac{-\rho_0 a^3}{3\epsilon_0} \ln\left(\frac{r}{c}\right) & r > c \end{cases}$$

$r < a$

$a < r < b$

$b < r < c$

$r > c$

d)

$$P_2^+ = \nabla_2^+ - \epsilon_0 E_2^+ = \frac{P_0 a^3}{3r} - \frac{P_0 a^3}{3rK}$$

$$P_2^+ = \frac{P_0 a^3}{3r} \left(1 - \frac{1}{K} \right)$$

$$\sigma_p^- = P_2^+ \cdot (-e_r^+) \Big|_{r=a} = \frac{-P_0 a^2}{3} \left(1 - \frac{1}{K} \right) \checkmark$$

$$\sigma_p^+ = P_2^+ (e_r^+) \Big|_{r=b} = \frac{P_0 a^3}{3b} \left(1 - \frac{1}{K} \right) \checkmark$$

$$P_p = -\nabla \cdot \vec{P} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot P) = 0$$

$$P_p = 0 \checkmark$$

e)

$$Q_{libre} = 0 \rightarrow q_1 + q_{int} = 0$$

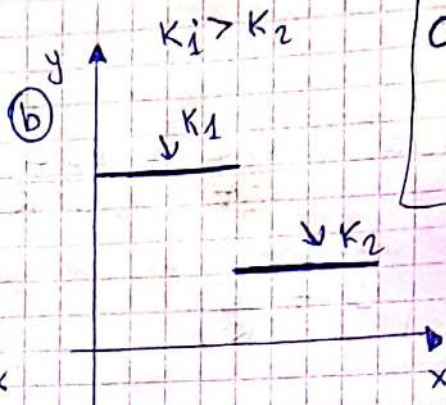
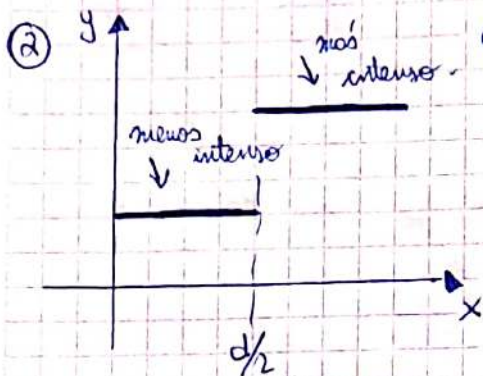
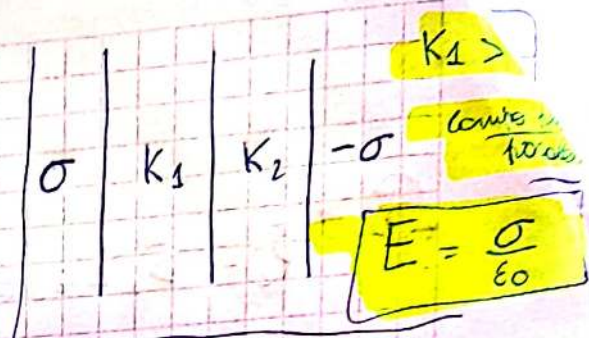
$$q_1 = -q_{int} = -\frac{P_0 A^3}{3} 2\pi L$$

$$-\frac{P_0 A^3}{3} 2\pi L = \int_0^{2\pi} \int_0^L \sigma_{int} B dz d\phi = \sigma_{int} B \cdot L \cdot 2\pi$$

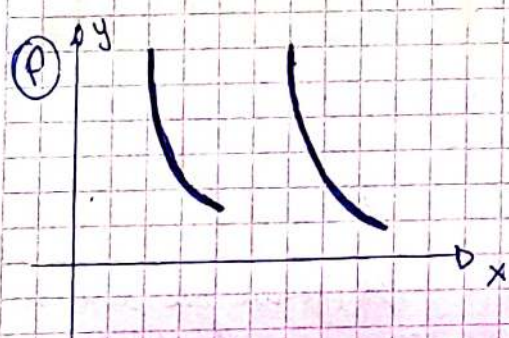
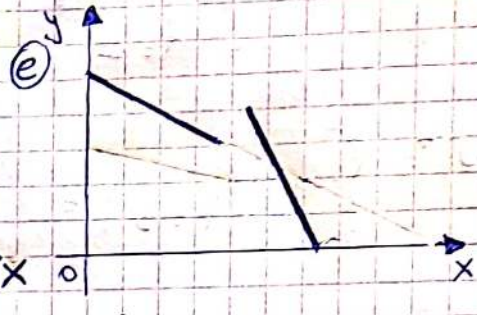
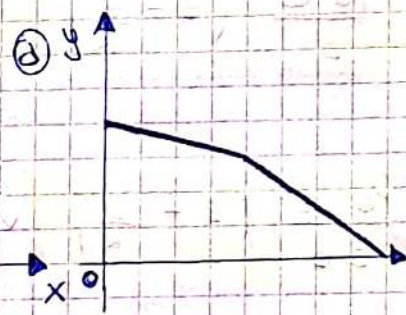
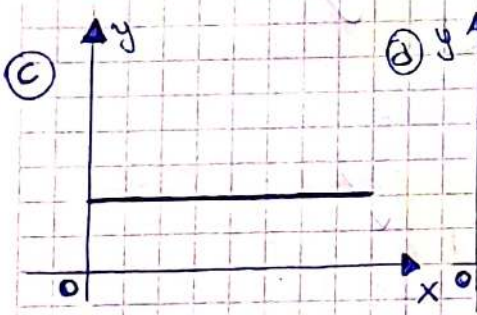
$$\sigma_{int} B \cdot L \cdot 2\pi = \frac{P_0 A^3}{3} 2\pi L \rightarrow \sigma_{int} = \frac{-P_0 A^3}{3B} \checkmark$$

$$\frac{P_0 A^3}{3} 2\pi L = \int_0^{2\pi} \int_0^L \sigma_{ext} C dz d\phi \rightarrow \sigma_{ext} = \frac{P_0 A^3}{3C} \checkmark$$

Desarrollar ①:



$\vec{P} = \left(1 - \frac{1}{K}\right) \vec{E}$



El (c) es el grafico del vector desplazamiento pues este es de y no se ve interferencia por el cambio de fase. (dielectricos)

El (a) es el grafico de la intensidad del campo electrico, ya que el campo se ve atraido por cada dielectrico en un factor $\frac{1}{K}$.

$\frac{\vec{E}}{K_1} < \frac{\vec{E}}{K_2}$ pues $K_1 > K_2$

El (d) es el grafico del potencial pues este debe ser continuo y no etc, el cambio de pendiente se debe al cambio de fase.

El (b) es el grafico del vector polarización, ya que al tener un campo etc, el vector polarización debe ser etc, y cuanto mayor sea K mayor sera el vector polarización.

NOTA

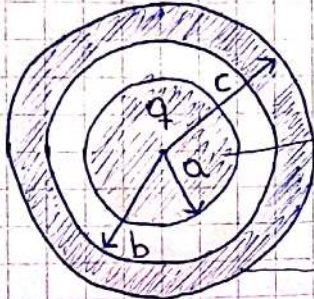
Desarrollar (2):

Por simetría pienso que en la parte derecha se induce carga (-) y en la izquierda (+).

→ densidad de carga positiva

→ densidad de carga negativa.

$\phi \in [0, \pi/2]$ y $[\frac{3}{2}\pi, \pi]$

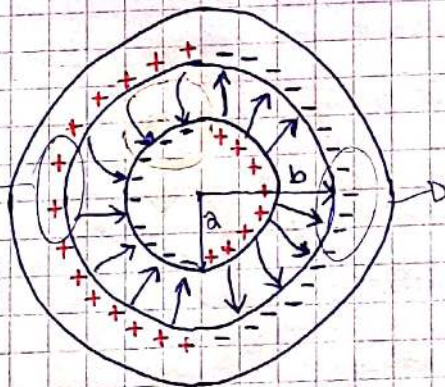


$P = P_0 \cos \phi ; P_0 > 0$

→ colocan espere conductor descargado.

Lineas de campo para $\Gamma > a$:

mayor concentración de carga (+)



mas concentración de carga (-)