APELLIDO Y NOMBRE:	NOTA:
EMAIL:	REG. Nº:

1. Consideremos el $\mathbb{R}$-espacio vectorial $M_2(\mathbb{R})$
   (a) Dar un subconjunto W que no sea subespacio y un subconjunto S que sí lo sea.
   (b) Dar un sistema de generadores de S que no forme base y una base $\mathcal{B}_S$ para el subespacio y extenderla a una base $\mathcal{B}$ del espacio.

2. El $\mathbb{R}$-espacio vectorial $(V,+,.)$ tiene una base $\mathcal{B}' = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ asociada al sistema $0X'Y'$ y una base $\mathcal{B}'' = \{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3\}$ asociada al sistema $0X''Y''$.
   (a) Dar la matriz de cambio de base de $\mathcal{B}'$ a $\mathcal{B}''$ y de $\mathcal{B}''$ a $\mathcal{B}'$, sabiendo que $\vec{b}_1 = \vec{v}_1 + 2\,\vec{v}_2 + 3\,\vec{v}_3$, $\vec{b}_2 = -\vec{v}_1 - \vec{v}_2 - 2\,\vec{v}_3$, $\vec{b}_3 = 2\,\vec{v}_1 + 3\,\vec{v}_2 + 4\,\vec{v}_3$,
   (b) Si en el sistema $0X''Y''$ la ecuación de π_4 es $\pi_4 : 2\,x'' - y'' = 3$, ¿se puede calcular el vector normal al plano?

3. (a) Decidir si existe una transformación lineal T de $M_2(\mathbb{R})$ en $\mathbb{P}_3(\mathbb{R})$ tal que
   $$T\left(\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\right) = 2\,x^3 + x^2 - x + 1,\ T\left(\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}\right) = 3\,x^3 - 3\,x + 2,\ T\left(\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}\right) = 5\,x^3 + x^2 - 6\,x$$
   (b) Dar la expresión de una transformación lineal en $\mathbb{R}^2$ que a cada punto del plano le asocie su proyección sobre una recta dada L. Analizar si L debe satisfacer alguna condición y dar, si existen, los autovalores y autovectores de esta transformación. Describir una base en que la matriz de la transformación tenga forma diagonal.

4. (a) Sabemos que T_2 es una transformación lineal simétrica en $\mathbb{R}^3$ con autovalores $3, -1$ y 2 dos autovectores asociados a 3 y -1 son, respectivamente, $(1,-1,0)$ y $(5,5,0)$. Hallar, si es posible, una base ortonormal en que la transformación tenga forma diagonal y dar un método detallado para hallar la expresión de T en la base canónica.
   (b) Hallar los autovalores y autovectores de una transformación en $\mathbb{R}^2$ definida por
   $$T_3((x,y)) = (3\,x + y, 2\,x + 2\,y).$$

®. (a) La ecuación de una recta en $\mathbb{R}^2$ un determinado sistema de coordenadas es $2\,x' - 3\,y' + 1 = 0$, en otro sistema es $5\,x'' - 15\,y'' = -4$. ¿Es posible saber si ha habido cambio de base, traslación o ambas cosas?
   (b) Sea T_4 en $\mathbb{R}^3$ tal que $T_4((2,1,0)) = (-4,-2,0)$, $T_4((3,1,1,)) = (9,3,3)$ y $T_4((1,0,0)) = (0,0,0)$. Dar una base en que la transformación tenga forma diagonal y la matriz de la transformación en dicha base. ¿Podemos determinar si se trata de una transformación lineal simétrica?

Nro. de hojas entregadas:

Número de ejercicio	®	1	2	3	4
Cantidad de hojas	En				

Firmar la última hoja.