APELLIDO Y NOMBRE:	NOTA:
	REG. Nº:

1. Sea $A = \{a, b, c, \{a, c\}, \{d\}\}$, marcar, si hubiere, la(s) expresiones correctas:

   (a) $\{a\} \in A$ (b) $\{a, c\} \in A$ (c) $\{a, c\} \subset A$ (d) $\emptyset \in A$ (e) $d \in A$

2. Marcar, si hubiere, la(s) expresiones verdaderas:

   (a) $\sum_{i=0}^{n} 2^i = 2^{n+1} - 1$ (b) $\sum_{i=0}^{n+1} 2^i = 2^{n+1}$ (c) $\sum_{i=1}^{n} 2^{i-1} = 2^n - 1$ (d) $\sum_{i=1}^{n+1} 2^i = \frac{2n}{2n-1}$

3. Si el resto de dividir $a \in \mathbb{Z}, a \neq 0$ por 7 es 3, entonces el resto de dividir $(a+1)^2 - 5\,a - 9$ por 7 es (Marcar la(s) opción(es) correctas).

   (a) -1 (b) -8 (c) 6 (d) ninguno.

4. Dados dos números $z, w \in \mathbb{C}$ sabemos que $i\,\mathrm{Re}(z) + \bar{w} = 3, \mathrm{Im}(w) = -\mathrm{Re}(z)$ y $w - i\,z = 10$. Marcar, si hubiere, el (los) valores de $x \in \mathbb{C}$ que satisfacen: $x = \sqrt[w]{z+i}$

   (a) $x = (0, -2)$ (b) $x = 2\,e^{i\,\pi/3}$ (c) $x = 2\,cis\frac{5\pi}{6}$ (d) $x = 2_{-\pi/2}$

5. Dados dos polinomios $\mathbf{f}$ y $\mathbf{g}$ definidos por

$$\mathbf{f} = 3\,x^4 - 9\,x^2 - 12, \;\; \mathbf{g} = 6\,x^4 - 90\,x^2 - 96$$

   A y B Marcar, si hubiere, la(s) expresiones verdaderas:

   (a) $(\mathbf{f}, \mathbf{g}) = 3(x^2 + 1)$
   (b) $(\mathbf{f}, \mathbf{g}) = (x - i) \cdot (x + i)$
   (c) $[\mathbf{f}, \mathbf{g}] = 18(x^2 + 1)(x^2 - 4)(x^2 - 16)$
   (d) $[\mathbf{f}, \mathbf{g}] = x^6 + 44\,x^4 - 19\,x^2 + 64$

6. Dados dos vectores no nulos $\vec{u}, \vec{v}$ en $\mathbb{R}^3$, marcar, si hubiere, la(s) expresiones verdaderas:

   (a) Si conocemos $(\vec{u}, \vec{v})$ y $\vec{u} \wedge \vec{v}$ se puede calcular el ángulo entre los vectores.
   (b) $(3\vec{u} + \vec{v}) \wedge (\vec{u} - \vec{v}) = 4(\vec{v} \wedge \vec{u})$
   (c) $(\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}) = |\vec{u} + \vec{v}|^2$
   (d) $(\vec{u}, \vec{v} \wedge \vec{u} + \vec{v}) = 0$

7. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & j \end{pmatrix}$. Sabiendo que $|A| = 5$ decidir la veracidad de las siguientes afirmaciones:

(a) $\left|\begin{pmatrix} a & d & g \\ c & f & j \\ b & e & h \end{pmatrix}\right| = -5$

(b) $\left|\begin{pmatrix} a^2 & b^2 & c^2 \\ d^2 & e^2 & f^2 \\ g^2 & h^2 & j^2 \end{pmatrix}\right| = 25$

(c) $\left|\begin{pmatrix} a^2 & 2ab & ac \\ g & 2h & j \\ d & 2e & f \end{pmatrix}\right| = 10\,a$

(d) $\left|\begin{pmatrix} 5a & 5b & 5c \\ 5d & 5e & 5f \\ 5g & 5h & 5j \end{pmatrix}\right| = 5^4$

(e) $\left|\begin{pmatrix} a+b & b-3c & 4c \\ d+e & e-3f & 4f \\ g+h & h-3j & 4j \end{pmatrix}\right| = 20$

(f) $\left|\begin{pmatrix} a+d & b+e & c+f \\ a+g & b+h & c+j \\ a & b & c \end{pmatrix}\right| = 5$

8. Sean las bases $\mathcal{B}' = \{(1,-1),(2,3)\}$ asociada al sistema $0X'Y'$, $\mathcal{B}'' = \{(0,-1),(1,0)\}$ asociada al sistema $0X''Y''$, el punto $P = (3,2)$ y la recta $L : -x+5y-1=0$ expresados en la base canónica, $P' = \langle -2,2\rangle$ y $L'' : x'' - y'' + 4 = 0$ expresados respectivamente en las bases $\mathcal{B}'$ y $\mathcal{B}''$. Marcar, si hubiere, la(s) expresiones verdaderas:

(a) $[P]_{\mathcal{B}'} = \langle 1,1\rangle$

(b) $[P']_{\mathcal{B}''} = \langle 8,-2\rangle$

(c) $[L'']_{\mathcal{B}'} : x' + y' = 0$

(d) $[L]_{\mathcal{B}'} : -6\,x' + 13\,y' = 1$

9. Dadas las siguientes transformaciones lineales y matrices, unir cada transformación con su matriz en las bases canónicas correspondientes, considerando:

$$\mathcal{C}_{\mathbb{P}_3[\mathbb{R}]} = \{x^3, x^2, x, 1\} \text{ base canónica de } \mathbb{P}_3[\mathbb{R}]$$

$$\mathcal{C}_{M_2[\mathbb{R}]} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} \text{ base canónica de } M_2[\mathbb{R}]$$

(a) $T_a(x,y,z,t) = (x+y, -z, 2t-x, y+z)$

(b) $T_b(a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0) = \begin{pmatrix} a_1 & a_1 \\ a_3 & a_2 + a_0 \end{pmatrix}$

(c) $T_c\left(\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}\right) = a_{11}\,x^3 + a_{22}\,x$

(d) $T_d((x,y,z,t)) = \begin{pmatrix} x-z & -y+t \\ x+t & 2z \end{pmatrix}$

1. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

10.	Dada la transformación que satisface: $$T((1,3,1)) = (-3,-9,-3), T((1,1,1)) = (5,5,5) \text{ y } T((0,2,0)) = (0,8,0).$$ Marcar, si hubiere, las afirmaciones verdaderas: (a) $T((0,0,0)) = (0,0,0)$ (b) La transformación tiene autovalores $-3, 5, 4$ asociados respectivamente a los vectores $(1,3,1)$, $(1,1,1)$ y $(0,1,0)$ (c) Existe una base en que la transformación tiene forma diagonal. (d) No se puede encontrar la expresión de la transformación.
11.	Si una transformación lineal simétrica en $\mathbb{R}^3$ tiene autovalores 5 y 3, donde 3 está asociado a dos vectores linealmente independientes dados (Elegir la(s) opción(es) correctas) (a) Se puede hallar fácilmente el autovector asociado a 5. (b) No se puede saber cuál es el autovector asociado a 5. (c) Se pueden hallar infinitas transformaciones. (d) No se puede hallar ninguna transformación.