Matemática Aplicada **Nombre y apellido:** ____________________
Examen Final, **Registro:** ____________________
10 de agosto de 2020 **e-mail:** ____________________

1. (a) Probar que la función y_1 es solución de la ecuación diferencial dada. Utilizar el método de reducción del orden para hallar otra función, y_2, tal que $\{y_1, y_2\}$ formen una base del espacio de soluciones.

$$(x+1)^2 y'' - 2(x+1)y' + 2y = 0, \quad y_1(x) = x+1.$$

   (b) Resolver la siguiente ecuación diferencial:

$$y'' + y = \cos x + 2\operatorname{sen} x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

2. Hallar la solución del siguiente sistema con valores iniciales:

$$\begin{aligned} y_1' &= 3y_1 + 2y_2 \\ y_2' &= y_1 - y_2 \\ y_1(0) &= 0.5 \\ y_2(0) &= -0.5. \end{aligned}$$

3. Obtener el desarrollo de Fourier de

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi \leq x < 0 \\ 1 & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

4. ¿Encontrar las soluciones de la ecuación

$$\begin{aligned} &\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \\ &\quad u(0,y) = 0, \quad \text{para } 0 < y < 1, \\ &\quad u(1,y) = 0, \quad \text{para } 0 < y < 1, \\ &\quad u(x,0) = \operatorname{sen} 2\pi x, \quad \text{para } 0 < x < 1, \\ &\quad u(x,1) = 0, \quad \text{para } 0 < x < 1. \end{aligned}$$

5. (a) ¿Podría ser holomorfa la suma de dos funciones que no son holomorfas?

   (b) Probar que $f(z) = e^z$ es holomorfa en todo el plano complejo, es decir es entera (usar que $e^{x+iy} = e^x(\cos y + i \operatorname{sen} y)$).