

## 2do Parcial – Análisis Matemático II (2011)

1. Probar usando el Teorema del Valor Medio que

$$4e^5 \leq \int_D e^{(x^2+y^2)} dx dy \leq 4e^{25}, \text{ siendo } D \text{ la región } [1,3] \times [2,4]$$

2. **a)** Calcular el volumen del primer octante definido por  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ ,  $y \geq x$ ,  $z \leq \sqrt{x^2 + y^2}$
- b)** Usando coordenadas cilíndricas calcular la masa del sólido acotado por el cilindro  $x^2 + y^2 = 4$ , el paraboloides  $z = x^2 + y^2$ , el plano  $z = 0$  y el plano  $x \geq 1$  si la densidad es  $\rho(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2}$

3. Evaluar la siguiente integral de superficie

$$\int_S z^2 dS$$

donde la superficie  $S$  es el casquete superior de la esfera unitaria.

4. **a)** Calcular el trabajo realizado al mover una partícula sometida al campo  $F = (x, y^2, z)$  a lo largo de la trayectoria  $(\cos(t), 2\sin(t), 4)$ ,  $\pi \leq t \leq 2\pi$

**b)** Muestre que el campo vectorial  $F = (3x^2y, x^3, 5)$  es conservativo. Halle una función potencial.

5. **a)** Verifique el Teorema de Green para la siguiente integral, donde  $C$  es el círculo unitario

$$\int_C (2x^3 - y^3) dx + (x^3 + y^3) dy$$

- b)** Use el Teorema de Stokes para evaluar la integral

$$\int_S (\nabla \times F) dS$$

donde  $S$  es la superficie  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ ,  $z \geq 0$  y  $F = (x^2 + y - 4, 3xy, 2xz + z^2)$ .

- c)** Use el teorema de la divergencia de Gauss para calcular el flujo saliente del campo  $F = (x, z, xz)$  por la superficie de la siguiente región en el espacio:  $x^2 + y^2 \leq z \leq 1$