Examen FINAL Análisis Matemático II (23/02/2017)

APELLIDO Y NOMBRES: **L.U.:** NOTA:

1. Sean:

   - W la región sólida de volumen finito en $\mathbb{R}^3$ limitada por las superficies $z = x^2 + y^2$, $z = -1$, $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$.
   - S la superficie de W.
   - La curva $C = \begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \end{cases}$
   - D la región obtenida como intersección de W con el plano $x = 0$.
   - El campo vectorial $G(x, y, z) = (x - 2y, -z, y^2 + x)$

   a) **Plantear** las integrales que permiten verificar el teorema de Stokes para el campo G, la curva C y la superficie $z = x^2 + y^2$. (Indicar en un gráfico la orientación elegida para la curva y el normal exterior para la superficie)

   b) **Plantear** la integral cuyo resultado es el área de la porción de superficie $z = x^2 + y^2$ que forma parte de S.

   c) **Plantear** una integral cuyo resultado sea el volumen de la región W en un sistema de coordenadas cilíndricas **centradas en (0,0,0)**.

   d) **Plantear** las integrales que permiten verificar el teorema de Green para el campo $F(y, z) = (2z, 3y)$ y la región D.

2. Dado el campo $F(x, y, z) = (ye^z + 1, xe^z + 3cosz, xye^z - 3ysenz - 2z)$

   a) Enunciar las condiciones que permiten asegurar que la integral de un campo vectorial (en R^3) entre dos puntos no depende de la curva que los una.

   b) Utilizando, si es posible, el resultado enunciado en el inciso anterior, calcular la integral del campo F desde el punto $A = (1, -1, 0)$ al punto $B = (0, 2, \pi)$.

3. **a)** Sea $f(x, y)$ una función diferenciable. Explicar una interpretación geométrica del vector ∇f en un punto. **Justificar** sus afirmaciones.

   b) Hallar los puntos extremos de la función $z = f(x, y)$ definida implícitamente por la ecuación $2x^2 + 3y^2 + z^2 + 3xy + 2yz - xz + x + y + 2 = 0$. Enunciar el teorema de la función implícita utilizado y verificar sus hipótesis antes de aplicarlo.

4. Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales:

   a) $y'' - 2y' - 15y = 2x + 2e^{-3x}$

   b) $2xy' - 3y = 0$, $y(1) = 4$

NÚMERO DE HOJAS ENTREGADAS: FIRMAR LA ÚLTIMA HOJA.