

Ejercicio 1.

- a) Dada la función $f(x) = \frac{1+e^x}{1-e^x}$, indique el dominio, en qué intervalos la función crece y en cuáles decrece, las asíntotas verticales y horizontales, y la imagen.
- b) Obtenga los extremos absolutos de la función $f(x) = \frac{4}{3}x\sqrt{3-x}$ en el intervalo $[0, 3]$.

Ejercicio 2. Determine, JUSTIFICANDO CLARAMENTE SU RESPUESTA, si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas.

- a) El polinomio de Taylor de grado 4 que aproxima a $f(x) = e^{x+1}$ en un entorno de $a = -1$ es $P_4(x) = 1 + (x-1) + \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{6} + \frac{(x-1)^4}{24}$
- b) Si $f'(x)$ es continua en $[1, 3]$, entonces $\int_1^3 f'(v)dv = f(3) - f(1)$.
- c) Si la sucesión $\{a_n\}$ converge, entonces la sucesión $\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$ converge a 0.

Ejercicio 3.

- a) Determine para qué valores de $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{(a+2)^{n-1}}$ converge y para esos valores dé su suma.
- b) Suponga que $\lim_{n \rightarrow +\infty} na_n = 1$. Demuestre que $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge.
- c) Clasifique las siguientes series
- i) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin(n\frac{\pi}{2})}{n^2}$ ii) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{3n^2-1}$
- en condicionalmente convergente, absolutamente convergente o divergente.

Ejercicio 4. Muestre que de todos los cilindros de volumen dado V el que tiene menor superficie total es aquel cuya altura es igual al diámetro de la base.

Ejercicio 5.

- a) Dibuje la región limitada por $f(x) = \sin x$ en $[0, \frac{\pi}{2}]$ y la recta que pasa por el origen de coordenadas y el punto donde f alcanza el máximo en $[0, \frac{\pi}{2}]$. Calcule el área de la región.
- b) Calcule el volumen del sólido que se genera al girar la región dada en a) alrededor de la recta de ecuación $y = 1$.

Ayuda: $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$.

Ejercicio 6. Calcule la recta tangente a la función $F(x) = \int_0^x \frac{t^2-4}{t^2+1} dt$ en el punto $(0, 0)$. Enuncie el teorema que usa.