

1. (a) Indicar todos los valores en los que la siguiente función  $f$  es continua, y clasificar, si existen, sus discontinuidades.  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & \text{si } x < 0 \\ \cos(\pi x) - 1 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ \log x & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$
- (b) Calcular la derivada de la función del inciso anterior. Indicar los puntos en los que la derivada no existe y justificar la no existencia.
2. Comprobar que la función  $g(x) = x + \operatorname{sen}^2(x)$  cumple con las hipótesis del teorema del valor medio en el intervalo  $[0, 2\pi]$ . Determinar todos los valores de  $c$  en los que se cumple la conclusión del teorema.
3. Hallar los valores de  $p$  para los cuales la integral  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^p} dx$  es convergente, y evaluar la integral para esos valores de  $p$ .
4. (a) Determinar la convergencia de:
- (i)  $\{n \operatorname{sen}(\frac{1}{n})\}_{n \geq 1}$ ,      (ii)  $\sum_{n=1}^{\infty} \log(\frac{1}{n})$       (iii)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4 + (-1)^{n+1}}{3^n}$ .
- (b) Calcular, si existe, la suma de la serie del inciso (iii).

Justificar claramente **todas** las respuestas.  
Enumerar las hojas, agregar firma y aclaración en la última hoja.