

Final Análisis Matemático II (27/12/12). Díaz Varela

1. Sea

$$\begin{cases} \frac{5x}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ y $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$
- b) Estudie la continuidad de las derivadas parciales en $(0,0)$
- c) Analice si f es diferenciable en $(0,0)$ y $(1,1)$, en caso afirmativo determine el plano tangente correspondiente
2. a) Encuentre los puntos críticos de la siguiente función y clasifíquelos
 $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 1$
- b) Use el método de multiplicadores de Lagrange para encontrar los extremos de la función $f(x, y) = x^2 + 2y^2$ restringida al círculo unitario.
3. a) Evalúe, utilizando el teorema de Green, $\int_C (3y - e^{\sin(x)})dx + (7x + \sqrt{y^4 + 1})dy$ donde C es el círculo $x^2 + y^2 = 9$
- b) Halle el área limitada por el círculo $x^2 + y^2 = r^2$ utilizando una integral curvilínea.
4. Utilice el teorema de Stokes para evaluar

$$\int_S \text{rot } F \, dS$$

Campo vectorial $F = yz \mathbf{i} + xz \mathbf{j} + xy \mathbf{k}$ donde S es la superficie que es parte de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ que se encuentra dentro del cilindro $x^2 + y^2 = 1$ para $z > 0$

5. Verifique que se cumple el teorema de la divergencia para el campo vectorial

$$F = xz \mathbf{i} + yz \mathbf{j} + 3z^2 \mathbf{k}$$

donde Ω es el sólido limitado por el paraboloide $z = x^2 + y^2$ y el plano $z = 1$.