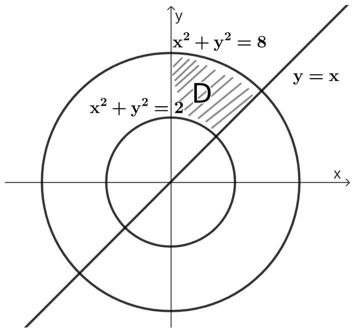
Segundo Parcial-Análisis Matemático II (15-06-2023)

N° Orden	

Apellido y Nombre:..LU:....................Nota:........

IMPORTANTE: Realizar los ejercicios en **HOJAS SEPARADAS**. Enumerar claramente las hojas y poner **NOMBRE Y APELLIDO, y N° ORDEN EN CADA UNA** ¡Éxitos!

1.- Sea D la región sombreada que se ve en el gráfico, y $f(x,y) = \dfrac{x}{x^2+y^2}$.



i) Describa la región D como unión de regiones elementales.

ii) **Plantee** las integrales iteradas que dan el área de la región D en coordenadas cartesianas.

iii) **Calcule** el área de la región D mediante un cambio de variables apropiado. Detalle el cambio de variables y el jacobiano de la misma.

2.- Sea W la región en el espacio encerrada entre la esfera $x^2+y^2+z^2=4$, y las partes superiores de los conos $z=\sqrt{x^2+y^2}$ y $z=\sqrt{\frac{1}{3}(x^2+y^2)}$ en el primer octante.

i) **Plantee** la integral triple que da como resultado el volumen de W. **Grafique** una sección del sólido en el plano yz. **Calcule** el volumen de W mediante un cambio a coordenadas esféricas.

ii) Para la función $f(x,y,z) = \dfrac{z}{x^2+y^2+z^2}$, **plantee** la integral $\displaystyle\int\int\int_W f(x,y,z)\,dV$ usando un cambio de variables a esféricas. Explique claramente qué miden las variables ρ, θ y ϕ.

3.- **(a)** Dada C descripta por: $\vec{r}(t) =< 2\,cos(t),\, sen(t), t >$, $0 \le t \le 2\pi$. **Plantee** la integral: $\int_C f(x,y,z)\,ds$, para $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ una función escalar continua cualquiera definida en un abierto que contiene a C. Si $f(x,y,z)=1$, ¿qué representa el valor de la integral planteada respecto de C?, ¿Reconoce la curva C?

(b) Sea C la curva en el espacio que se obtiene al hacer la intersección del cilindro $x^2+z^2=1$ con el paraboloide $y=5-x^2-z^2$.

i) Dé **una** parametrización de la misma.

ii) Dada $w=f(x,y,z)=x^2+y^3-z$, calcule $\vec{F}(x,y,z)=\nabla f$. Evalúe $\int_C \vec{F}(x,y,z)\cdot d\vec{r}$.

4.- **(a)** Sea S_1 la **superficie** dada por la la parametrización $\vec{r}(r,\theta) =< rcos(\theta), rsen(\theta), r^2 >$ con $\begin{cases} 0 \le \theta \le 2\pi \\ 0 \le r \le 3 \end{cases}$.

i) Dibuje S_1. Determine y dibuje **el** vector normal a la superficie en el punto final del vector $\vec{r}(1,\pi/4)$.

ii) Si $f(x,y,z)=x$, **plantee** la integral iterada que permite resolver $\int\int_{S_1} f(x,y,z)\,dS$.

iii) **Calcule** el área de superficie de S_1.

(b) Dada S la superficie del cilindro parabólico $z=1-y^2$ limitada por los planos $x=0$, $x=4$ y $z=0$.

i) Grafique. De una parametrización de S, $\vec{r}(u,v)$ con $(u,v)\in D$, calcule $\vec{\eta}(u,v)=\vec{r}_u \times \vec{r}_v$.

ii) **Calcule** $\int\int_S \vec{F}\cdot d\vec{S}$, la integral de superficie del campo $\vec{F}(x,y,z) =< x,y,z >$ a través de S, con la orientación de S elegida en i).

Indicar cantidad de hojas por ejercicio:

1	2	3	4