1) Sea B la región de $\mathbb{R}^3$

$$B = \{ (x,y,z) \mid x^2+y^2+z^2 \leq 1 , \ z^2 \geq x^2+y^2 \}$$

y sea F es campo

$$F = F(x,y,z) = (x, y, z)$$

Enunciar el teorema de la divergencia y verificarlo en esta situación.

2) Sea S la superficie en $\mathbb{R}^3$

$$S = \{ (x,y,z) \mid x^2+y^2 = 1 , \ 0 \leq z \leq 1 \}$$

y sea F el campo

$$F(x,y,z) = (-y, x, 0)$$

Enunciar el teorema de Stokes y verificarlo. Ayuda: observar que el borde ∂S tiene varias partes a las que hay que orientar adecuadamente.

Escaneado con CamScanner

3) Sea $g(u,v) = (u^2, uv, v^2)$

$g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$

y sea $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$

$f(x,y,z) = (xy, yz)$

Calcular usando la regla de la cadena la derivada $D(f \circ g)(u,v)$

4) a) Sea F el campo en $\mathbb{R}^3$

$F(x,y,z) = (yz + y + z, xz + x + z, xy + x + y)$

i) ¿Es irrotacional? justificar.

ii) ¿Es conservativo? En caso afirmativo hallar $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ tal que $F = \nabla f$

b) Sea G el campo en $\mathbb{R}^3 - \{\text{eje } z\}$

$G(x,y,z) = \left(-\frac{y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2}, 0 \right)$

i) ¿Es irrotacional? justificar

ii) ¿Es conservativo? justificar

5) Calcular el volumen del tetraedro cuyos vértices son

$(0,0,0), (1,0,0), (0,2,0), (0,0,3)$

Escaneado con CamScanner

6) Hallar los máximos y mínimos absolutos de la función $f(x,y) = xy$ en la región $R = \{ (x,y) \mid 2x^2 + y^2 \leq 1 \}$ usando multiplicadores de Lagrange.

7) Dadas las ecuaciones

$$\begin{cases} xuv + yu^2w + xyv = 3 \\ x^2u + xyv + y^2w = 3 \end{cases}$$

decir si en un entorno del punto $(1,1,1,1,1)$ se puede poner a x e y como funciones de u, v, w.

En caso afirmativo hallar $\frac{\partial x}{\partial u}(u,v,w)$.

Escaneado con CamScanner