

1. Sean

■ $k, m, t, p \in \mathbb{R}$

$$\blacksquare A = \begin{pmatrix} -1 & 1 - m + t & k + p - 4 \\ 3t - 3m & 1 & -k - p + 4 \\ 5p & -8p & 3 \end{pmatrix}, \quad B \in M_3(\mathbb{R}) \text{ con } b_{ij} = \begin{cases} (-1)^{i+j} & \text{si } i < j \\ 0 & \text{si } i = j \\ i + j & \text{si } i > j \end{cases},$$

$$C \in M_3(\mathbb{R}) \text{ donde } c_{ij} = \begin{cases} i + j & \text{si } i \geq j \\ 0 & \text{si } i < j \end{cases}, \quad D \in M_{3 \times 2}(\mathbb{R}) \text{ siendo } d_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si } i = j \\ c_{ji} & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad \text{y} \\ E = I_3.$$

1.1 Construir las matrices B , C y D y para cada una de ellas determinar, justificando la respuesta, si se trata o no de una matriz triangular (superior y/o inferior), diagonal y/o escalar.

1.2 Para cada uno de los siguientes incisos, hallar, en caso de existir, el conjunto de todas las 4-uplas $(k, m, p, t) \in \mathbb{R}^4$ para las cuales se verifica la condición que se indica:

1.2.1 $k.E + B = C - A$

1.2.2 $A - B = 2.D$

1. Considerar el siguiente sistema de ecuaciones lineales en las incógnitas x , y , z y w :

$$\begin{cases} x + 3y + az - b^2w = 0 \\ 2x + 6y + (a^2 - 5a + 10)z - (b^2 + 1)w = -7a - 32b + c \\ (18 - 2c^2)y + az - w = 12 - 4c \end{cases}$$

1.1 hallar la forma general de todas las 3-uplas $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ para las cuales el sistema de ecuaciones lineales resulta ser homogéneo.

1.2 Para cada uno de los siguientes incisos, de ser posible, indicar una 3-upla $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ para la cual el sistema de ecuaciones lineales resultante:

1.2.1 la 4-upla $\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{9}, 0, 14\right)$ sea una de sus soluciones.

1.2.2 el rango de su matriz ampliada asociada sea 2.

En los casos en que la 3-upla mencionada no sea la única, dar al menos un ejemplo más.