

PRIMER PARCIAL ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA

Primer cuatrimestre - 2026

Nombre y Apellido:	L.U.
--------------------	------

1. Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 2x + y + z = 3 \end{cases}$$

- Agregar una ecuación, sin variar el número de incógnitas, para que el sistema sea: compatible indeterminado, compatible determinado, incompatible.
- En el caso en que el sistema resulte compatible determinado, resolverlo utilizando el método de eliminación de Gauss.

2. a) Probar que si B y H son matrices de orden n y B es una matriz simétrica, entonces:

$$B \cdot H = (16B^2 \cdot Id_n + H^T \cdot B)^T - (4B)^2.$$

b) Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ k & 0 \end{pmatrix}$. Calcular los valores de k para los cuales $(A^2)^T$ es una matriz inversible.

c) Decir si la siguiente matriz es inversible justificando, y en caso afirmativo, hallar su inversa:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Sean las matrices: $C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $D = (d_{ij})$ de orden 2×3 tal que $d_{ij} = i - j$.

Indicar, justificando la respuesta, si los siguientes cálculos se pueden realizar. En caso de ser posible, efectuar las operaciones:

a) $D \cdot C^T + 5C$

b) $C \cdot D - C$

c) $C \cdot D^T$

4. Resuelva únicamente cuatro de los siguientes incisos (en caso de resolver más, solo se corregirán los primeros cuatro desarrollados).

a) Sea $\vec{u} = (1, -2, 1)$. Hallar un vector \vec{v} paralelo a \vec{u} tal que $\langle \vec{v} - 2\vec{u}, \vec{u} \rangle = 18$.

b) Dados los vectores $\vec{w} = (2, 1, -1)$ y $\vec{t} = (-1, 0, -2)$, determinar, en caso de existir, un vector \vec{r} tal que $\vec{t} \wedge \vec{r} = \vec{w}$ y $\langle \vec{t}, \vec{r} \rangle = 3$.

c) Hallar un vector \vec{x} de módulo 10 con la misma dirección que $\vec{s} = (-3, 4, 0)$. ¿Es único?

d) Dado el vector $\vec{w} = -3\hat{j} + 4\hat{i}$, hallar todos los valores reales de λ para los cuales se verifica que $\|\lambda\vec{w}\| = 15$.

e) Encontrar el módulo del vector \vec{a} sabiendo que $\vec{b} = (-4, 3)$ es perpendicular al vector \vec{c} , $\langle \vec{b}, \vec{c} - \vec{a} \rangle = 20$ y el ángulo que forma \vec{a} con \vec{b} es de 120° .

f) Dados los vectores $\vec{u} = 3\vec{v} - \vec{j}$ y $\vec{v} = (-1, 2)$. Cuando sea posible, calcular:

(i) $\frac{1}{\|\vec{v}\|} \vec{v} + \|\vec{u}\|$

(ii) $\langle \vec{u} + 3\vec{v}, -2\vec{v} \rangle + \vec{v}$

(iii) $\|\vec{u}\| \cdot \text{proy}_{\vec{u}} \vec{v}$

Indique la cantidad de hojas entregadas

Firme la última hoja