Primer examen parcial - Análisis Matemático I - Segundo cuatrimestre 2021

1. Dada la función $f(x) = |\log_3(x+1) - 1|$.

   a) Hallar las intersecciones con los ejes coordenados. Graficar e indicar dominio e imagen.

   b) Indicar si la función es inyectiva. Justificar la respuesta.

   c) Hallar la función inversa haciendo una restricción del dominio en caso de ser necesario.

2. Calcular los siguientes límites:

   a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{5 - |6 - x|}{|-x| - 1}$

   b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x}{1 - \sqrt{1 - x}}$

   c) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{senx}{x}$

   d) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^3 + 1}{5x^3 + 2x^2 - 3}$

3. Considerar la función $f(x) = -\cos(2x) + 1$.

   a) Graficar la función, indicar período e imagen.

   b) Hallar los puntos de intersección entre las funciones $y = f(x)$ y $g(x) = \frac{1}{2}$.

   c) Calcular el siguiente límite:

   $$\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x}$$

4. Considerar la función definida por:

   $$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4x+4}{x-2} & \text{si } x < 2 \\ 3 & \text{si } x = 2 \\ \frac{x^2-x-2}{x^2-9} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

   a) Hallar y clasificar las discontinuidades, en caso de ser evitable, redefinir de manera que resulte continua allí.

   b) Hallar, si existen, las asíntotas horizontales y verticales de la función. Escribir las ecuaciones correspondientes.

5. Indicar si las siguientes afirmaciones son verdadera ó falsas. Justificar.

   a) El conjunto solución de la inecuación $|x + 2| > 0$ es $\mathbb{R}$.

   b) El producto de una función par con una función impar resulta impar.

   c) El dominio de la función $f(x) = \operatorname{arc\,sen}(x) + 1$ es $[0, 2]$.

   d) Si $\lim\limits_{x \to c} f(x) = 2$ y $f(c)$ existe, entonces f es continua en $x = c$.