APELLIDO Y NOMBRE:	NOTA:
	REG. Nº:

1. Dados dos conjuntos A y B en el mismo universo, se sabe que $A \cap B' = \emptyset$ Marcar, si hubiere, la(s) expresiones verdaderas:

   (a) $A \Delta B = A \setminus B$ (b) $|A| \leq |B|$ (c) $A \cup B = B$ (d) $|A \cup B| = |A| + |B|$

2. Marcar, si hubiere, la(s) expresiones verdaderas:

   (a) $\sum_{i=0}^{n} 2^i = 2^{n+1} - 1$ (b) $\sum_{i=0}^{n+1} 2^i = 2^{n+1}$ (c) $\sum_{i=1}^{n} 2^{i-1} = 2^n - 1$ (d) $\sum_{i=1}^{n+1} 2^i = \frac{2n}{2n-1}$

3. Marcar, si hubiere, la(s) expresiones verdaderas:

   (a) Si $14 \nmid a$ entonces $7 \nmid a$.
   (b) Si $15 \mid a$, entonces $3 \mid a$.
   (c) Si $2 \mid a$ ó $7 \mid a$, entonces $14 \mid a$.
   (d) Si $3 \nmid a$, entonces $6 \nmid a$.
   (e) Si $a + b$ es par entonces a es par ó b es par.
   (f) Si $a \mid b + c$ entonces $a \mid b$ ó $a \mid c$.
   (g) Si $a \mid a + b$ entonces $a \mid b$.
   (h) Si $a \mid b \cdot c$ entonces $a \mid b$ ó $a \mid c$.

4. Dados $a, b \in \mathbb{Z}$, si $[a, b] = a \cdot b$ podemos afirmar: (Marcar la(s) opción(es) correctas).

   (a) $(a, b) = 1$ (b) $(a^3, b^2 + a) = 1$ (c) $a, b > 0$ (d) ninguno.

5. Marcar, si hubiere, la(s) expresiones verdaderas:

   (a) $-\sqrt{2} - \sqrt{2}\, i = e^{i\,\pi/4}$
   (b) $2_{\frac{7}{4}\pi} \cdot 3_{\frac{4}{3}\pi} = 6_{\frac{13}{12}\pi}$
   (c) $-3\, cis\, \pi = (-3, 0)$
   (d) $5(\text{sen } \pi/3 - i\,\text{sen } \pi/6) = 5\, cis\, 11\pi/6$

6. Dados dos polinomios $\mathbf{f}$ y $\mathbf{g}$ definidos por

$$\mathbf{f} = 3\,x^4 - 9\,x^2 - 12,\ \ \mathbf{g} = 6\,x^4 - 90\,x^2 - 96$$

Marcar, si hubiere, la(s) expresiones verdaderas:

(a) $(\mathbf{f}, \mathbf{g}) = 3(x^2 + 1)$

(b) $(\mathbf{f}, \mathbf{g}) = (x - i) \cdot (x + i)$

(c) $[\mathbf{f}, \mathbf{g}] = 18(x^2 + 1)(x^2 - 4)(x^2 - 16)$

(d) $[\mathbf{f}, \mathbf{g}] = x^6 + 44\,x^4 - 19\,x^2 + 64$

7. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & j \end{pmatrix}$. Sabiendo que $|A| = 5$ decidir la veracidad de las siguientes afirmaciones:

(a) $\left|\begin{pmatrix} a & d & g \\ c & f & j \\ b & e & h \end{pmatrix}\right| = -5$

(b) $\left|\begin{pmatrix} a^2 & b^2 & c^2 \\ d^2 & e^2 & f^2 \\ g^2 & h^2 & j^2 \end{pmatrix}\right| = 25$

(c) $\left|\begin{pmatrix} a^2 & 2ab & ac \\ g & 2h & j \\ d & 2e & f \end{pmatrix}\right| = 10\,a$

(d) $\left|\begin{pmatrix} 5a & 5b & 5c \\ 5d & 5e & 5f \\ 5g & 5h & 5j \end{pmatrix}\right| = 5^4$

(e) $\left|\begin{pmatrix} a+b & b-3c & 4c \\ d+e & e-3f & 4f \\ g+h & h-3j & 4j \end{pmatrix}\right| = 20$

(f) $\left|\begin{pmatrix} a+d & b+e & c+f \\ a+g & b+h & c+j \\ a & b & c \end{pmatrix}\right| = 5$

8. Dada la ecuación del plano $\pi : 2x - y = 3$ Marcar, si hubiere, la(s) ecuaciones que representan a la única recta L perpendicular a π que pasa por $(1, 1, 1)$:

(a) $L : x + y = 2$

(b) $L : \begin{cases} x = 3 + 2\,\mu \\ y = -\mu, \qquad \mu \in \mathbb{R} \\ z = 1 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} x + 2\,y = 3 \\ -3\,x - 6\,y + 2\,z + 7 = 0 \end{cases}$

(d) $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = z - 1$

9. Dado el $\mathbb{R}-$espacio vectorial $M_2[\mathbb{R}]$, elegir, si hubiere, lo(s) subconjunto(s) que conforman subespacio(s):

(a) $A = \{A \in M_2[\mathbb{R}] : a_{11} + a_{21} = 0\}$

(b) $B = \{A \in M_2[\mathbb{R}] : |A| = 0\}$

(c) $C = \{A \in M_2[\mathbb{R}] : a_{11} + a_{21} = 3a_{22}\}$

(d) $D = \{A \in M_2[\mathbb{R}] : a_{11}^2 = a_{21}\}$

10. Sean las bases $\mathcal{B}' = \{(1,-1),(2,3)\}$ asociada al sistema $0X'Y'$, $\mathcal{B}'' = \{(0,-1),(1,0)\}$ asociada al sistema $0X''Y''$, el punto $P = (3,2)$ y la recta $L : -x + 5y - 1 = 0$ expresados en la base canónica, $P' = \langle -2, 2\rangle$ y $L'' : x'' - y'' + 4 = 0$ expresados respectivamente en las bases $\mathcal{B}'$ y $\mathcal{B}''$. Marcar, si hubiere, la(s) expresiones verdaderas:

(a) $[P]_{\mathcal{B}'} = \langle 1, 1\rangle$

(b) $[P']_{\mathcal{B}''} = \langle 8, -2\rangle$

(c) $[L'']_{\mathcal{B}'} : x' + y' = 0$

(d) $[L]_{\mathcal{B}'} : -6\,x' + 13\,y' = 1$

11. Asociar a cada transformación lineal $T_i : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ y base adecuadamente elegida, su matriz correspondiente:

(a) T_a: Proyección sobre la recta L en dirección de la recta L', considerando la base $\mathcal{B} = \{\vec{d}_L, \vec{d}_{L'}, \vec{v}\}$, donde $\vec{v}$ es un vector en el plano perpendicular a L' que pasa por el origen.

(b) T_b: Rotación sobre el eje dado por la recta L, en un ángulo α, en sentido positivo, considerando la base $\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{d}_L\}$, donde $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ son dos vectores perpendiculares en π, el plano perpendicular a L que pasa por el origen.

(c) T_c: Proyección sobre el plano π en dirección de la recta L', considerando la base $\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{d}_{L'}\}$, donde $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ son dos vectores L.I. en π.

(d) T_d: Simetría ortogonal respecto de la recta L, considerando la base $\mathcal{B} = \{\vec{d}_L, \vec{v}_1, \vec{v}_2\}$, donde $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ son dos vectores perpendiculares en π, el plano perpendicular a L que pasa por el origen.

1. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 2. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 3. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 4. $\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\operatorname{sen}\alpha & 0 \\ \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

12. T es una transformación lineal que satisface $T((0,2,4)) = (0,1,2), T((3,3,3)) = (1,1,1)$ y $T((0,0,1)) = (0,0,0)$ Marcar, si hubiere, la(s) expresiones verdaderas:

(a) Existe una base en que la transformación tiene forma diagonal.

(b) $(0,1,2)$, $(1,1,1)$ y $(0,0,1)$ son autovectores de la transformación.

(c) T es TLS.

(d) $T((3,5,8)) = (1,2,3)$