

Matemática Aplicada  
Examen Final,  
14 de diciembre de 2021

Nombre y apellido: \_\_\_\_\_  
Registro: \_\_\_\_\_  
e-mail: \_\_\_\_\_

1. Probar que la ecuación

$$(x - 2y)y' + 2x + y = 0$$

es exacta y encontrar sus soluciones.

2. ¿Existe algún valor de  $\alpha$  para el cual el siguiente sistema tiene soluciones estables?

$$\begin{cases} y_1' = \alpha y_1 - y_2 \\ y_2' = -5y_1 + \alpha y_2 \end{cases}$$

3. Resolver la siguiente ecuación diferencial:

$$y'' + y = \cos x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

4. Obtener el desarrollo de Fourier de

$$f(x) = \operatorname{sen}(x) \cos(x), \quad \text{para } x \in [-\pi, \pi]$$

5. Decir si  $f(x, y) = x^3/3 - xy^2 + i(x^2y - y^3/3)$  es o no holomorfa como función de la variable compleja  $z = x + iy$ .
6. ¿Cómo cambia el ancho del intervalo de confianza para la media, con  $\sigma$  conocida, si se duplica el tamaño de la muestra?