Justificar claramente **todas** las respuestas. Enumerar las hojas y firmar la última hoja.

Final Regular: resolver todos los ejercicios del examen.
Promoción: resolver sólo los ejercicios 4, 5 y 6.

1. (a) Sea $h(x) = \ln(x+1) - \ln(x)$. Calcular el dominio de h y sus asíntotas horizontales y verticales.

   (b) Dada la función $f(x) = \dfrac{1}{x+4} + x \operatorname{sen}\left(\dfrac{1}{x}\right)$ clasificar, si existen, sus discontinuidades.

   (c) Calcular la derivada de la función f del inciso anterior e indicar su dominio.

2 (a) Determinar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, y clasificar los extremos relativos de la función $g(x) = e^{x-x^2}$.

   (b) Calcular un valor aproximado de $g(0.1)$ mediante un polinomio de Taylor de orden 2.

3. (a) Calcular la integral $\displaystyle\int e^{2x} \cos(e^x)\, dx$.

   (b) Dibujar y hallar el área de la región encerrada entre la gráfica de la función $g(x) = \dfrac{1}{x} - 1$ y el eje x en el intervalo $[\frac{1}{2}, 5]$.

4. (a) Comprobar que la función $g(x) = -x + \operatorname{sen}^2(x)$ cumple con las hipótesis del teorema del valor medio en el intervalo $[-\pi, \pi]$. Determinar todos los valores de c en los que se cumple la conclusión del teorema.

   (b) Encontrar el valor c en que se satisface la conclusión del teorema del valor medio para integrales, considerando la función $f(x) = x\ln(x)$ y el intervalo $[1, e]$.

5. Probar que la integral $\displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{3}{x^2 - x}\, dx$ es convergente.

6. (a) Determinar la convergencia de:

   (i) $\left\{ \left(\dfrac{n-1}{n} \right)^{4n} \right\}_{n \geqslant 2}$, (ii) $\left\{ \dfrac{\cos(n) + 6n}{n + n^2} \right\}_{n \geqslant 1}$, (iii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n\left(\sqrt{n+5} - \sqrt{n}\right)$.

   (b) Calcular el o los valores de ~~c~~ b para los que se verifica $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (1+b)^{-n} = \frac{1}{2}$.