

Ejercicio 1. Demuestre que la ecuación $\sqrt{x} - \cos(x) = 0$ tiene una solución real entre 0 y $\pi/2$.

Ejercicio 2. Determine, JUSTIFICANDO CLARAMENTE SU RESPUESTA, si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas.

- a) La ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = \ln(x - 1)$ en $(2, 0)$ es $y = x - 2$.
- b) Si $y = f(x)g(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$ entonces $y'' = f(x)g''(x) + f''(x)g(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$.
- c) Si x^3 es un factor de la función derivable $f(x)$ entonces x^2 es un factor de la función derivada $f'(x)$.
- d) El teorema de Lagrange se puede aplicar a la función $f(x) = |x - 2| - 1$ en el intervalo $[0, 3]$.
- e) Si se cometió un error Δr al medir el radio de una esfera, el correspondiente error en el volumen calculado será aproximadamente $S\Delta r$, donde S es el área de la superficie de la esfera.
- f) La aproximación lineal de $f(x) = x^2$ en a satisface que $L(x) \leq f(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$ y $a \in \mathbb{R}$.

Ejercicio 3.

- a) Calcular la derivada de las siguientes funciones:

i) $f(x) = \cos^3\left(\frac{x^2}{1-x}\right)$ ii) $f(x) = 2^{((x-1)x^2)}$ iii) $f(x) = ((x^2 + 1))^{\ln x}$

- b) Suponiendo que la ecuación $\sqrt{5x}y + 2y = y^2 + xy^3$ define una función $y = f(x)$, calcule $y' = f'(x)$.

Ejercicio 4. Una partícula p se mueve a lo largo de la gráfica de $y = \sqrt{x - 2}$, $x \geq 2$ de modo que la abscisa de p está aumentando a razón de 5 unidades por segundo.

- 1. ¿Con qué velocidad está aumentando la ordenada cuando $x = 3$?
- 2. Halle la tasa de variación de la distancia del punto p al punto de coordenadas $(-1, 0)$ cuando $x = 3$.

Ejercicio 5. Use la regla de L'Hôpital, cuando sea posible, para evaluar:

a) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin(x)}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} x^{\frac{1}{x-1}}$

Ejercicio 6. Calcular las siguientes integrales:

a) $\int 2^{\cos^2(x)} \sin(x) \cos(x) dx$ b) $\int \ln(x^{\sqrt{2x}}) dx$
c) $\int \frac{e^{2x}}{e^{2x} + e^x - 2} dx$ d) $\int \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}} dx$

Ejercicio 1. Demuestre que la ecuación $\operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \sqrt{x} = 0$ tiene una solución real entre 0 y $\pi/2$.

Ejercicio 2. Determine, JUSTIFICANDO CLARAMENTE SU RESPUESTA, si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas.

- a) La ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = \ln(x+2)$ en $(-1, 0)$ es $y = x + 1$.
- b) Si $f'(x) = g'(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$ entonces $f(x) = g(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$.
- c) Si x^4 es un factor de la función derivable $f(x)$ entonces x^3 es un factor de la función derivada $f'(x)$.
- d) El teorema de Lagrange se puede aplicar a la función $f(x) = |x+1| - 2$ en el intervalo $[-2, 0]$.
- e) Si se cometió un error Δr al medir el radio de una esfera, el correspondiente error en el volumen calculado será aproximadamente $A\Delta r$, donde A es el área de la superficie de la esfera.
- f) La aproximación lineal de $f(x) = -x^2$ en a satisface que $f(x) \leq L(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$ y $a \in \mathbb{R}$.

Ejercicio 3.

1. Calcular la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \operatorname{sen}^2\left(\frac{3x^2}{x+2}\right)$ b) $f(x) = x10^{(x^2+1)}$ c) $f(x) = (\ln(x^2))^{2x+3}$

2. Suponiendo que la ecuación $x\sqrt{x+1} = xy + 1$ define una función $y = f(x)$, calcule $y' = f'(x)$.

Ejercicio 4. Una partícula p se mueve a lo largo de la gráfica de $y = \sqrt{-(2+x)}$, $x \leq -2$ de modo que la abscisa de p está disminuyendo a razón de 5 unidades por segundo.

- 1. ¿Con qué velocidad está aumentando la ordenada cuando $x = -3$?
- 2. Halle la tasa de variación de la distancia del punto p al punto de coordenadas $(1, 0)$ cuando $x = -3$.

Ejercicio 5. Use la regla de L'Hôpital, cuando sea posible, para evaluar:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} \ln x$ b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$

Ejercicio 6. Calcular las siguientes integrales:

a) $\int \frac{\operatorname{sen}(\ln(4x^2))}{x} dx$ b) $\int \ln(\sqrt{x}^{2x}) dx$
c) $\int \frac{e^{-2x}}{e^{-2x} - e^{-x} - 2} dx$ d) $\int \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}} dx$