

Segundo Parcial Análisis Matemático II - Díaz Varela – 12/06/2015

1. A- Enuncie el teorema del valor medio para integrales dobles.
B- Sea $f(x, y) = |\operatorname{sen}(x + y)|$, demuestre usando el teorema del valor medio que:

$$0 \leq \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x, y) dx dy \leq 4\pi^2$$

C- Justifique.

2. A- Dibuje el sólido limitado por las siguientes superficies en $\mathbb{R}^3$:

$$z = x^2, \quad y = 2x, \quad y = 0, \quad x = 1$$

B- Calcule su volumen.

C- Plantee otras dos integrales triples que representen el mismo volumen cambiando el orden de integración.

3. Sea S la porción del cono $x^2 + y^2 = z^2$ que se encuentra dentro de los cilindros $x^2 + y^2 = 4$ y $x^2 + y^2 = 1$. ($z \geq 0$)

A- Dibuje S .

B- Halle el vector normal a la superficie S en todo punto. Elija un punto de la superficie y dibuje el vector normal correspondiente sobre la superficie.

C- Calcule el área de S .

4. A- Plantee la integral que permite calcular el trabajo realizado al mover una partícula sometida al campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y^2, z)$ a lo largo de la trayectoria descrita por la intersección del cilindro $x^2 + y^2 = 1$ y el plano $x + y + z = 4$ (No evaluar la integral).

B- Teniendo en cuenta que $\mathbf{F}$ es un campo gradiente, ¿puede dar el valor de la integral sin realizar el cálculo? Justificar.

5. Sea S la superficie definida por $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ con $z \geq 1$.

A- Dibuje la superficie.

B- Sea el campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, z)$, halle el flujo de $\mathbf{F}$ a través de la superficie S .