

19 de Octubre de 2009

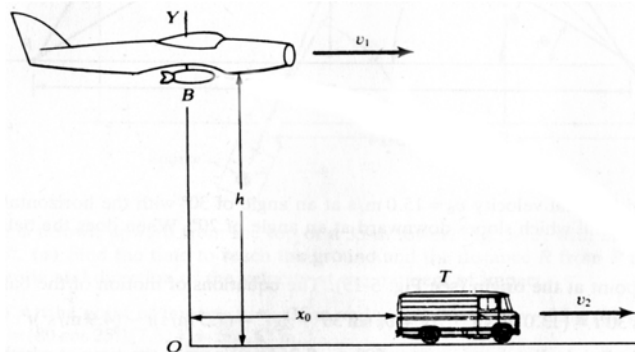
PRIMER PARCIAL

Apellido y Nombre L.U.

Problema I

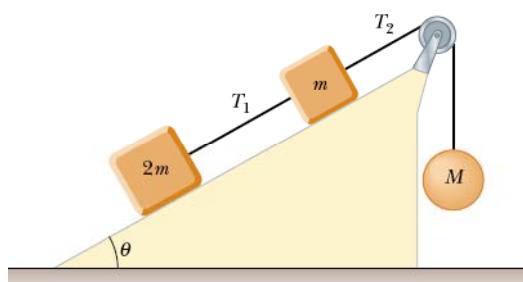
Un bombardero está volando a una velocidad de $v_1 = 72 \text{ m/s}$ y a una altura de $h = 103 \text{ m}$. Cuando pasa por O, suelta la bomba e impacta sobre el techo de un camión que se mueve a lo largo de un camino recto (a lo largo de x) con velocidad constante. En el instante que la bomba es liberada, el camión está a una distancia de 125 m desde O. Sabiendo que el camión tiene una altura de 3 m:

- Encuentre la velocidad del camión y el tiempo de vuelo de la bomba.
- Calcule el radio de curvatura de la trayectoria de la bomba en el instante del lanzamiento.
- Calcule la velocidad y aceleración angular del proyectil en el instante anterior, considerando que el polo del sistema polar está ubicado en el punto "O".
- Grafique en forma cualitativa, la posición, la velocidad y la aceleración en función del tiempo para la bomba y para camión hasta el momento del encuentro.

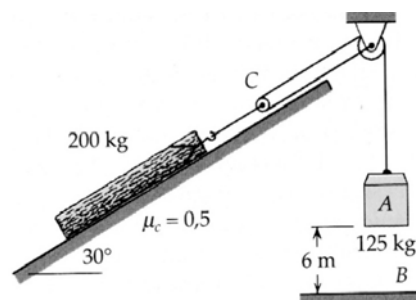
**Problema II**

Considerar el sistema mostrado en la figura, siendo $m = 4.0 \text{ kg}$. Las masas de los cables y la polea son despreciables. El ángulo θ es de 30° . Si el plano tiene un rozamiento caracterizado por $\mu_e = 0.4$ y $\mu_d = 0.2$:

- Realice el diagrama de cuerpo aislado de cada cuerpo. En caso de existir, identificar los pares de acción y reacción.
- Determinar los valores mínimo y máximo de la masa M necesarios para romper el equilibrio del sistema. Calcular en cada caso las tensiones de los cables.
- Si el valor de M es el doble del mínimo calculado en b), calcular la aceleración del sistema.

**Problema III**

El bloque A de hormigón de 125 kg se mandona desde el reposo en la posición representada y arrastra el tronco de 200 kg por la rampa de 30° arriba. Siendo 0,5 el coeficiente de rozamiento cinético entre el tronco y la rampa, hallar la velocidad del tronco cuando el bloque A da contra el suelo en B.

**Problema IV**

- Muestre que el error relativo en la medida del área de un cuadrado es dos veces mayor que el de su arista.
- Se hicieron 50 medidas de una longitud x y se obtuvieron los siguientes valores con una frecuencia f :

$x \text{ (cm)}$	16.1	16.2	16.3	16.4	16.5
f	4	9	19	12	6

- ¿Qué apreciación tiene el instrumento de medición utilizado?
- Determinar el valor de Δx y realizar el histograma.
- ¿Cuál es el valor más probable de la longitud?
¿Cuál es el valor de la desviación estándar de las lecturas?. Escribir correctamente el resultado.

19/10/2009

Física I - Primer ParcialProblema I

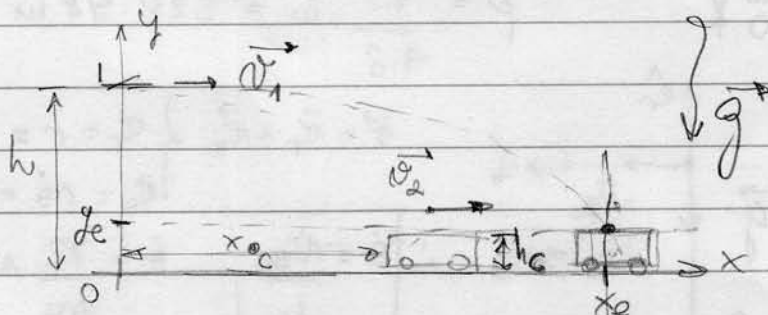
$$V_1 = 72 \text{ m/s}$$

$$V_c = V_2 = cte$$

$$h = 103 \text{ m}$$

$$h_c = 3 \text{ m}$$

$$x_{0c} = 125 \text{ m}$$

* $t_0 = 0$ p/ambos.Bomba: $t_{0B} = 0$; $x_{0B} = 0$; $y_{0B} = h = 103 \text{ m}$; $\vec{V}_{B0} = \vec{V}_1 = 72 \text{ m/s} \hat{i}$

$$a_x = 0 \Rightarrow \boxed{V_x = cte = V_{B0}} \quad V_{xB} = \frac{dx_B}{dt} \rightarrow V_{xB} \int_{t_0}^t dt = \int_{x_{0B}}^x dx_B \Rightarrow x_B - x_{0B} = V_B(t - t_0)$$

$$\therefore \boxed{x_B(t) = V_{B0} t}$$

$$a_y = -g = \frac{dV_y}{dt} \Rightarrow -g \int_{t_0}^t dt = \int_{V_{y0B}}^{V_{yB}} dV_y \Rightarrow V_{yB}(t) = V_{y0B} - g(t - t_0) \therefore \boxed{V_{yB}(t) = -gt}$$

$$V_{yB} = \frac{dy_B}{dt} \Rightarrow \int_0^t V_{yB} dt = \int_{y_{0B}}^{y_B} dy_B \Rightarrow y_B = y_{0B} - \frac{gt^2}{2} \therefore \boxed{y_B(t) = h - \frac{gt^2}{2}}$$

Cañón T: $t_{0T} = 0$; $x_{0T} = 125 \text{ m}$; $y_T = 3 \text{ m}$ $V_T = V_2 = cte \parallel \hat{i}$.movimiento en $\hat{x}$.

$$a_{xT} = 0 \text{ porque } \boxed{V_T = cte = V_2} \quad V_{xT} = \frac{dx_T}{dt} \rightarrow V_{T0} \int_0^t dt = \int_{x_{0T}}^{x_T} dx_T$$

$$\rightarrow x_T(t) - x_{0T} = V_{T0}(t - t_0) \therefore \boxed{x_T(t) = x_{0c} + V_{T0} t}$$

a) Para obtener t_e planteo el encuentro en $\hat{y}$ ya que $t_0 = t_e$:

$$y_{fB}(t_e) = y_T \Rightarrow y_T = h - \frac{1}{2}gt_e^2 \Rightarrow \boxed{t_e = \sqrt{\frac{2(h - y_T)}{g}}}$$

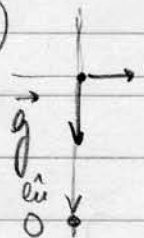
$$t_e = \sqrt{\frac{2(103 - 3) \text{ m}}{9.8 \text{ m/s}^2}} = 4.52 \text{ s} \therefore \boxed{t_e = t_e = 4.5 \text{ s}}$$

Para calcular V_T planteo el encuentro en $\hat{x}$:

$$x_{B}(t_e) = x_T(t_e) \Rightarrow V_{B0} t_e = x_{0c} + V_T t_e \Rightarrow V_T = \frac{V_{B0} t_e - x_{0c}}{t_e}$$

$$\therefore \vec{v}_T = \vec{v}_{B0} - \frac{x_{T0}}{t_e} \quad v_T = \frac{72 \text{ m}}{\text{s}} - \frac{125 \text{ m}}{4.52 \text{ s}} = 44.34 \text{ m/s} \quad \therefore \boxed{v_T = 44.3 \text{ m/s}}$$

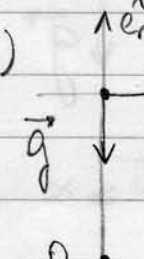
b)



$$a_n = \frac{v^2}{\rho} \wedge a_n = g \Rightarrow \boxed{\rho = \frac{v_{B0}^2}{g}}$$

$$\rho = \frac{42^2}{9.8} \text{ m} = 528.98 \text{ m} \quad \therefore \boxed{\rho \approx 529 \text{ m}}$$

c)

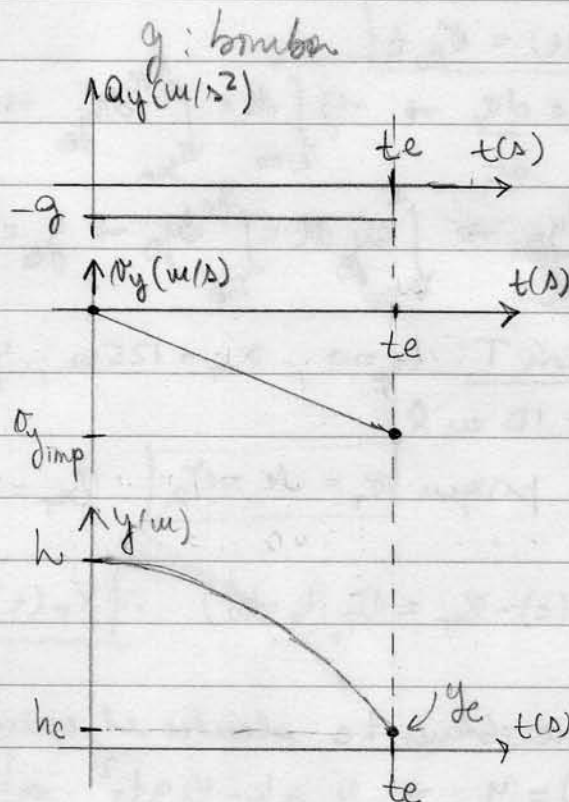
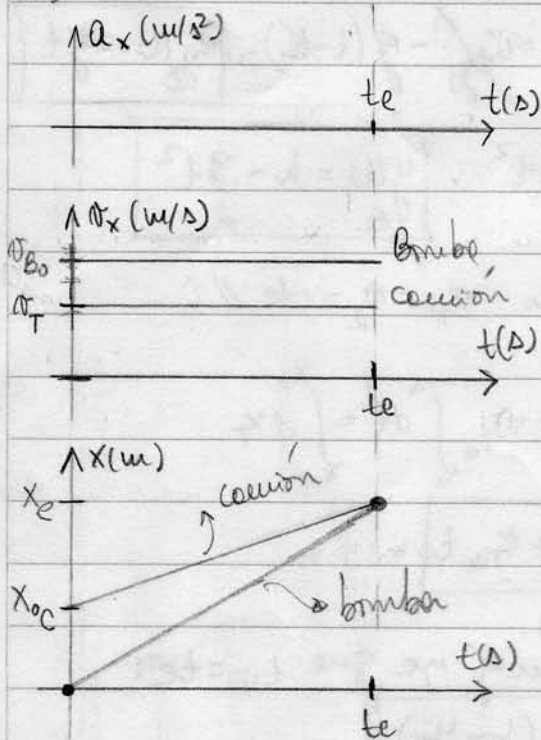


$$\vec{v} = \vec{v}_r + \vec{v}_\theta \quad \left. \begin{array}{l} v_r = \dot{r} = 0 \\ v_\theta = r\dot{\theta} = v_{B0} \Rightarrow \dot{\theta} = v_{B0}/r \text{ cuando } r=h. \end{array} \right\}$$

$$\therefore \boxed{\dot{\theta} = \frac{v_{B0}}{h}} \quad \dot{\theta} = \frac{72}{603} \text{ s}^{-1} = 0.699 \text{ s}^{-1} \quad \therefore \boxed{\dot{\theta} \approx 0.70 \text{ rad/s}}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_\theta \quad \left. \begin{array}{l} a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -g \\ a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0 \end{array} \right\} \quad \therefore \boxed{\ddot{\theta} = 0}$$

d) x: cañon + bomba



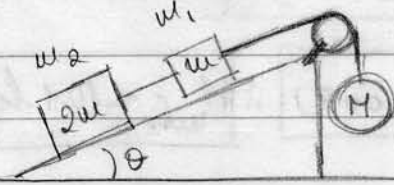
Problema II

$$\theta = 30^\circ$$

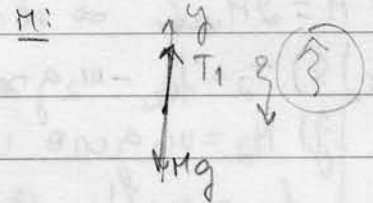
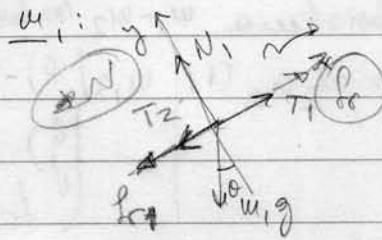
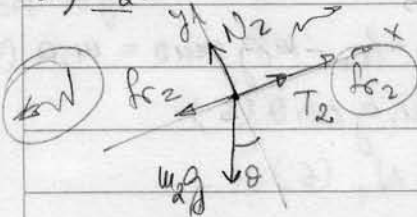
$$m = 4.0 \text{ kg}$$

$$\mu_e = 0.4$$

$$\mu_d = 0.2$$



a) m_2 :



* No hay Pares A-R.

b) M mínima $\Rightarrow$ existe que el subistema $m_2 - m_1$ se mueva hacia abajo por el plano inclinado: $a=0$ y $f_r = f_{r\text{máx}} = \mu_e N$ (5)

$$m_2: \begin{cases} \hat{x}) T_2 + f_{r2} - m_2 g \sin \theta = 0 & (1) \\ \hat{y}) N_2 - m_2 g \cos \theta = 0 & (2) \end{cases}$$

$$m_1: \begin{cases} \hat{x}) -T_2 + T_1 + f_{r1} - m_1 g \sin \theta = 0 & (3) \\ \hat{y}) N_1 - m_1 g \cos \theta = 0 & (4) \end{cases}$$

$$M: \hat{y}) T_1 - Mg = 0 \quad (6)$$

de (2) en (5) y luego en (1): $T_2 = m_2 g \sin \theta - f_{r2} = m_2 g \sin \theta - \mu_e (m_2 g \cos \theta)$

$$\therefore T_2 = m_2 g (\sin \theta - \mu_e \cos \theta) \quad (1^*)$$

de (4) en (5) y luego en (3): $T_1 = T_2 - f_{r1} + m_1 g \sin \theta = T_2 - \mu_e (m_1 g \cos \theta) + m_1 g \sin \theta$

$$\text{en } (1^*): T_1 = m_2 g (\sin \theta - \mu_e \cos \theta) + m_1 g (\sin \theta - \mu_e \cos \theta)$$

$$\therefore T_1 = (m_1 + m_2) g (\sin \theta - \mu_e \cos \theta)$$

Luego, en (6): $T_1 = Mg \Rightarrow (m_1 + m_2) g (\sin \theta - \mu_e \cos \theta) = Mg$

$$\therefore M = (m_1 + m_2) (\sin \theta - \mu_e \cos \theta) = 3m (\sin \theta - \mu_e \cos \theta)$$

$$M_{\min} = 3 \times 4 \text{ kg} (\sin 30^\circ - 0.4 \cos 30^\circ) = 1.84 \text{ kg} \quad \therefore M_{\min} = 1.84 \text{ kg}$$

M máxima $\Rightarrow$ existe que el subistema $m_2 - m_1$ se mueva hacia arriba por el plano inclinado: $a=0$ y $f_r = f_{r\text{máx}} = \mu_e N$ (5')

$$m_2: \begin{cases} \hat{x}) T_2 - f_{r2} - m_2 g \sin \theta = 0 & (1') \\ \hat{y}) N_2 - m_2 g \cos \theta = 0 & (2') \end{cases}$$

$$m_1: \begin{cases} \hat{x}) -T_2 + T_1 - f_{r1} - m_1 g \sin \theta = 0 & (3') \\ \hat{y}) N_1 = m_1 g \cos \theta & (4') \end{cases}$$

$$M: \hat{y}) T_1 - Mg = 0 \quad (6')$$

de (2') en (5') y luego en (1'): $T_2 = f_{r2} + m_2 g \sin \theta = \mu_e m_2 g \cos \theta + m_2 g \sin \theta$

$$\therefore T_2 = m_2 g (\sin \theta + \mu_c \cos \theta) \quad (1'')$$

de (4') en (5') y luego en (3'): $T_1 = T_2 + f_{r1} + m_1 g \sin \theta = T_2 + \mu_c m_1 g \cos \theta + m_1 g \sin \theta$
 en (1''): $T_1 = m_2 g (\sin \theta + \mu_c \cos \theta) + m_1 g (\sin \theta + \mu_c \cos \theta)$

$$\therefore T_1 = (m_1 + m_2) g (\sin \theta + \mu_c \cos \theta) = 3 m g (\sin \theta + \mu_c \cos \theta) \quad (1''')$$

Luego, en (6'): $T_1 = H g$

$$\therefore H = (m_1 + m_2) (\sin \theta + \mu_c \cos \theta) = 3 m (\sin \theta + \mu_c \cos \theta) \quad \therefore H_{\max} = 10.1 \text{ kg}$$

c) $H = 2 H_{\max} \Rightarrow$ el sub-sistema $m_1 - m_2$ "sube" el plano inclinado y $f_r = f_{ra}$
 m_2 : $\begin{cases} \hat{x}) T_2 - f_{r2} - m_2 g \sin \theta = m_2 a_2 & (1) \\ \hat{y}) N_2 = m_2 g \cos \theta & (2) \\ f_{r2} = \mu_d N_2 & (3) \end{cases} \quad m_1$: $\begin{cases} \hat{x}) -T_2 + T_1 - f_{r1} - m_1 g \sin \theta = m_1 a_1 & (4) \\ \hat{y}) N_1 = m_1 g \cos \theta & (5) \\ f_{r1} = \mu_d N_1 & (6) \end{cases}$

$$H: T_1 - H g = -H a_H \quad (7)$$

pero como la cuerda 1 provoca $\frac{1}{2} H$ y m_1 se mueven juntas: $a_1 = a_H$
 idem con la cuerda 2 y $m_2 \Rightarrow a_1 = a_2 \wedge a_1 = a_H \Rightarrow a_1 = a_2 = a_H = a$
 de (2) en (3) y luego en (1):

$$T_2 = \mu_d m_2 g \cos \theta + m_2 g \sin \theta + m_2 a \quad (*)$$

de (5) en (6) y luego en (4):

$$T_1 = T_2 + \mu_d m_1 g \cos \theta + m_1 g \sin \theta + m_1 a$$

reemplazando (*) y reagrupando:

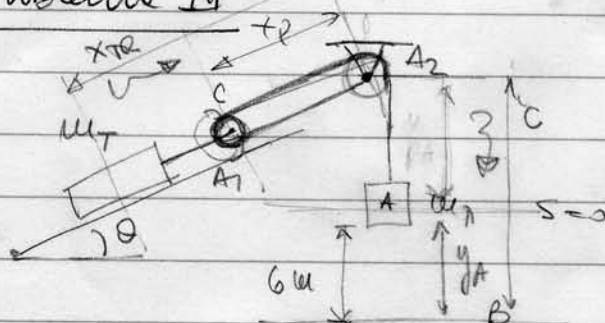
$$T_1 = m_2 g (\sin \theta + \mu_d \cos \theta) + m_1 g (\sin \theta + \mu_d \cos \theta) + (m_1 + m_2) a$$

en (7):

$$(m_2 + m_1) g (\sin \theta + \mu_d \cos \theta) + (m_1 + m_2) a = H g - H a$$

$$\therefore a = \left[\frac{H - (m_2 + m_1) (\sin \theta + \mu_d \cos \theta)}{m_1 + m_2 + H} \right] g \quad a = 3.689 \frac{m}{s^2} \quad \therefore a = 3.7 \frac{m}{s^2}$$

Problema IV



$$m_T = 200 \text{ kg}$$

$$v_{OA} = 0$$

$$m_A = 125 \text{ kg}$$

$$N_{OTR} = 0$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$\mu_c = \mu_d = 0.5$$

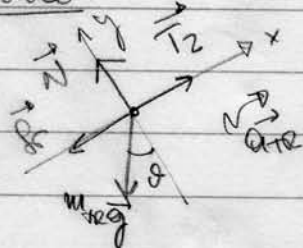
El bloque A "cae" con una aceleración de, entonces

$$-a_A = de = \frac{d\vec{v}_A}{dt} = \frac{d\vec{v}_A}{ds_A} \frac{ds_A}{dt} = v_A \frac{dv_A}{ds_A} \Rightarrow -a_A \int_{s_{A0}}^s ds_A = \int_{v_{A0}}^v v_A dv_A$$

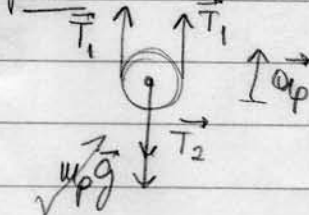
$$\Rightarrow \frac{v_A^2}{2} - \frac{v_{A0}^2}{2} = -a_A (s - s_{A0}) \quad \therefore \boxed{v_A^2 = 2a_A (s - s_{A0})} \quad dde - S_{fA} = -6m$$

Para obtener a_A hay q' plantear dinámicas:

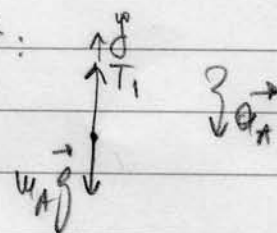
tranco:



polea:



bloque A:



$$L_2 = de = x_{TR} - x_p \Rightarrow 0 = \ddot{x}_{TR} - \ddot{x}_p \quad \therefore \boxed{a_{TR} = a_p = a}$$

$$L_1 = de = 2x_p + A_1 + A_2 + (C - y_A) \Rightarrow 2\ddot{x}_p - \ddot{y}_A = 0 \quad \therefore \boxed{2a_p = a_A} \quad \left. \begin{array}{l} a_A = 2a_{TR} \\ a_A = 2a \end{array} \right\}$$

tranco: $\left\{ \begin{array}{l} \hat{x}) -f + T_2 - m_T g \sin \theta = m_T a \quad (1) \\ \hat{y}) N - m_T g \cos \theta = 0 \quad (2) \\ f = f_d = \mu_d N \quad (3) \end{array} \right\}$ de (2) en (3) y luego en (1):

$$\Rightarrow \boxed{T_2 = m_T a + m_T g (\sin \theta + \mu_d \cos \theta)} \quad (4)$$

polea: $\hat{y}) 2T_1 - T_2 - m_p g = -m_p a_p \quad \therefore \boxed{2T_1 = T_2} \quad (5)$

Bloque A: $\hat{y}) T_1 - m_A g = -m_A a_A = -m_A (2a) \Rightarrow \boxed{T_1 = m_A (g - 2a)} \quad (6)$

de (4) y (6) en (5):

$$2(m_A g - 2m_A a) = m_T a + m_T g (\sin \theta + \mu_d \cos \theta)$$

$$2m_A g - 4m_A a = m_T a + m_T g (\sin \theta + \mu_d \cos \theta) \Rightarrow (m_T + 4m_A) a$$

$$\therefore \boxed{a = g \left[\frac{2m_A - m_T (\sin \theta + \mu_d \cos \theta)}{m_T + 4m_A} \right]} \quad \therefore \boxed{a = a_{TR} = 0.8874 \approx 0.89 \frac{m}{s^2}}$$

entrance $Q_A = 2Q = 1.78 \text{ m}^3/\text{s}^2$ $\therefore Q_A = 1.78 \text{ m}^3/\text{s}^2$

$\therefore V_{Af}^2 = 72 Q_A (6 \text{ m}) = 2 \times 1.78 \times 6 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 21.36 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$ $\therefore V_{Af} = 4.62 \text{ m/s}$

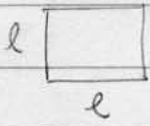
Problem 8K

D C A C

E C 3

Problemas IV:

1) $A_{\square} = l^2 \rightarrow E_A = \left| \frac{dA}{dl} \right| \Delta l = 2l \Delta l$



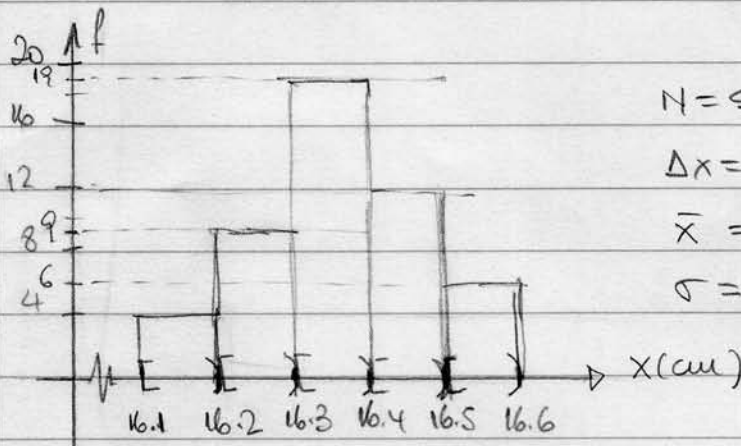
$$e_A = \frac{E_A}{A} = \frac{2l \Delta l}{l^2} = 2 \left(\frac{\Delta l}{l} \right) = 2 e_l \quad \therefore \boxed{e_A = 2 e_l} \text{ cm}$$

2) $N = 50$

x (cm)	16.1	16.2	16.3	16.4	16.5
f	4	9	19	12	6

a) $A = 0.1 \text{ cm}$

b) $\Delta x = \frac{(16.5 - 16.1) \text{ cm}}{\sqrt{50}} = \frac{0.4 \text{ cm}}{\sqrt{50}} = 0.056 \text{ cm} < A \quad \therefore \boxed{\Delta x = 0.1 \text{ cm}}$



$N = 50$

$\Delta x = 0.1 \text{ cm}$

$\bar{x} = 16.3 \text{ cm}$

$\sigma = 0.1 \text{ cm}$

c) $\bar{x}$ es el valor + probable = $16.314 \text{ cm} \quad \therefore \boxed{\bar{x} = 16.3 \text{ cm}}$

d) $\sigma = \sigma_n = 0.109 \text{ cm} \quad \therefore \boxed{\sigma = 0.1 \text{ cm}}$

luego

$$x = \bar{x} \pm E \quad \text{dnde } E = \sqrt{E_{\text{est}}^2 + E_{\text{ap}}^2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{\sqrt{50}} \right)^2 + 0.1^2} = 0.1 \text{ cm}$$

$\therefore \boxed{x = 16.3 \text{ cm} \pm 0.1 \text{ cm}}$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

$$E_{\text{est}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

NOTA $\bar{x} = (\sum f_i \cdot x_i) / (\sum f_i)$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum [f_i (x_i - \bar{x})]^2}{\sum f_i}}$$