

Segundo Parcial de Análisis Matemático I

Desarrollar clara y completamente cada uno de los siguientes ejercicios. No se aceptarán respuestas sin la debida justificación.

1.- Calcular los siguientes límites

i) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 6}{\frac{1}{x} - \frac{1}{3}}$

ii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} \cdot \cos(3x)$

2.- (a) Dada $f(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{x^2 - x}$. Hallar los puntos de discontinuidad de f y clasificar las discontinuidades. Justificar la continuidad en el resto de los puntos.

(b) Hallar un intervalo de longitud no mayor a $\frac{1}{8}$ en el cual exista una solución de la ecuación $x + e^x - 2 = 0$. Justifique.

3.-a) Calcular la derivada de

(i) $y = \frac{3^{(2x)} + \cos^2(2x)}{\cotg(x^2 + x)}$,

(ii) $y = (3x)^{\sin(x)}$

b) Suponiendo que la relación $x^3 y^2 - 7e^{(y-2)} + 3x = 0$ define a y como función de x en un entorno de $P_0(1, 2)$, halle la ecuación de la recta tangente a la curva en P_0 .

4.- a) Aplicar el teorema de la derivada de una función inversa para hallar la derivada de $y = \arctg(x)$.

b) Calcular y' si $y = \frac{2}{\arctg(3x^2 + 1)}$.

5.- a) Calcular la razón de cambio de la superficie de una burbuja de jabón con respecto al radio, cuando el radio mide 3 cm. (Superficie de la esfera de radio r : $S = 4\pi r^2$).

b) Verificar que la función $f(x) = x^3 + x$ satisface las hipótesis del teorema del Valor Medio (de Lagrange) en el intervalo $[-1, 2]$, y hallar el/los valor/es de " c " cuya existencia asegura el teorema.