

① a - Usando gradientes, probar que los curvos de nivel de la función $f(x,y) = x^2 + y^2$ son perpendiculares a los curvos de nivel de $g(x,y) = \frac{x}{y}$ para $y \neq 0$.

b - Calcular la derivada direccional de la función $f(x,y) = \frac{1 + \sin(e^x)}{1 - \cos(e^y)}$ en el pto. $P = (\ln(\pi), \ln(\pi))$

en la dirección dada por el vector $\frac{1}{\sqrt{10}}(\sqrt{3}, -\sqrt{7})$.

② a) Dada la función $f(x,y) = \frac{1 + \sin(e^x)}{1 - \cos(e^y)}$. Hallar la ecuación del plano Tangente en $(\ln(\pi), \ln(\pi))$.

b) Encontrar la ecuación de la recta Tangente a la gráfica de:

$$x(t) = Bt, \quad y(t) = C + Dt^2, \quad \text{cuando } t=0.$$

③ Estudiar la diferenciabilidad en todo $\mathbb{R}^2$ de:

$$f(x,y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

④ a - Determinar los ptes críticos de la función $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^3$, clasificar.

b - Elegir uno de los ptes. críticos hallados en el inciso a y escribir la fórmula de Taylor de orden 2 del mismo.

⑤ Sea $f(x,y) = (\cos y + x^2, e^{x-y})$ y $g(u,v) = (e^{u^2}, u - \sin v)$. Calcular $D(f \circ g)(0,0)$ por medio de la regla de la cadena.