RECUPERATORIO PRIMER PARCIAL DE ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA.

APELLIDO Y NOMBRE:	Nota:
CARRERA:	Reg.Nº:

1. Hallar, en cada inciso, el módulo y el argumento principal de $z \in \mathbb{C}$ siendo:

   a) $z = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} i\right)^{65}$.

   b) $z = \left(\frac{1-2i}{2+i}\right) \cdot i^{25}$.

2. a) Representar en el Plano complejo el conjunto de todos los $z \in \mathbb{C}$ que verifican simultáneamente las siguientes condiciones:

   $$\|30_{\pi} \cdot z\| < 90 \;\; ; \quad Im\,(z) \geq Re\,(z) \;\; ; \; Re\,(z - 2i) < 1$$

   b) Hallar los $z \in \mathbb{C}$ que verifican:

   $$\overline{z} \cdot i = \|z\|^2 .$$

3. a) Dado el polinomio $P\,(X) = \left(X^5 - \frac{1}{2}X^4 - 7X^3 + \frac{7}{2}X^2 - 18X + 9\right) \cdot \left(X^3 - \frac{2}{i}\right)^2$. Hallar todas sus raíces, indicando el orden de multiplicidad de cada una de ellas.

   b) Construir un polinomio $P\,(X) \in \mathbb{R}[X]$ de grado mínimo que verifique simultáneamente las siguientes condiciones:

      i) Las soluciones de la ecuación $z^2 + 25 = 0$ son raíces de $P\,(X)$.

      ii) Sea divisible por $X - 2$.

      iii) $P\,(1 + 2i) = 0$.

      iv) $P\,(X)$ tiene una raíz doble.

Indicar el número de hojas

Firmar la última hoja.